

Обзор работы Вермеера и Де Борста о неассоциированной пластичности грунтов и бетона. Часть 1. Общее содержание



Предлагаем читателям ознакомиться с содержанием довольно объемной статьи «Неассоциированная пластичность для дисперсных грунтов, бетона и скальных пород» [1], написанной профессором Делфтского технического университета (Нидерланды) П.А. Вермеером и профессором Шеффилдского Университета (Великобритания) Р. Де Борстом на основе обзора публикаций и собственного опыта. Рассматриваемая работа была опубликована в 1984 году в журнале *Hegeon*, издаваемом Делфтским техническим университетом, и среди прочих сыграла большую роль в развитии геотехники. Отметим, что ее первый автор спустя 15 лет стал одним из создателей знаменитой модели упрочняющегося грунта (*Hardening Soil Model*), которую мы рассматривали в статье «Еще раз о модели упрочняющегося грунта от ее создателей и пользователей», опубликованной в журнале «Геоинфо» 27 мая 2019 года.

Здесь мы приводим общее содержание статьи, а далее в нескольких частях рассмотрим информацию, которую авторы собрали в своей работе, разделенной на 10 разделов.

Аналитическая служба
info@geoinfo.ru

Во введении к своей статье «Неассоциированная пластичность для дисперсных грунтов, бетона и скальных пород» [1] П.А. Вермеер и Р. Де Борст напомнили, что к

моменту написания их работы теория пластичности была более хорошо разработана для металлов. Гипотезы, которые принимались относительно пластичности металлов, были просты, подтверждались большим количеством экспериментальных данных и обеспечивали прочную основу для стройной математической теории, которая среди прочих включала теоремы о единственности (однозначности) решения и о верхней и нижней границах для предельной нагрузки при квазистатическом нагружении. Авторы назвали ее *ассоциированной теорией пластичности* (теорией, основанной на ассоциированном законе текучести, или течения).

Однако, как отмечают Вермеер и Де Борст, фундаментальная гипотеза, которая лежит в основе ассоциированной теории пластичности и, следовательно, успешного применения этой теории при проектировании стальных конструкций, неприменима к другим используемым в гражданском строительстве материалам, таким как дисперсные грунты и бетон. Для этих материалов эксперименты опровергли гипотезу нормальности (постулат стабильности материала), сформулированную Друкером (1952, 1964). Поэтому методы проектирования земляных и бетонных сооружений, такие как методы круговых поверхностей скольжения для склонов и анализ предела текучести для бетонных плит, нельзя строго охарактеризовать как подходы с верхним пределом критической (разрушающей) нагрузки. И, что еще более серьезно, в этом случае становится сомнительной пригодность некоторых основополагающих моделей для использования при вычислениях с помощью метода конечных элементов. Действительно, некоторые такие законы используют ассоциированную пластичность, например в моделях Друкера – Прагера (Drucker, Prager, 1952) и Димаджио – Сандлера (DiMaggio, Sandler, 1971). Но такие модели, как правило, бесполезны, если рассматривать результаты их применения для решения ряда практических задач, что Вермеер и Де Борст показывают в своей работе на основе литературных данных и собственных конкретных примеров.

Недостатки ассоциированной пластичности были сначала признаны для дисперсных грунтов, а затем и для скальных пород и бетона. При этом многие инженеры и ученые на момент написания рассматриваемой статьи были мало знакомы с теорией неассоциированной пластичности. Поэтому Вермеер и Де Борст рассмотрели не только новые разработки, но и устоявшиеся концепции.

В первом (вводном) разделе авторы кратко описывают содержание своей работы [1].

Во втором разделе приводится краткое объяснение явления дилатансии при сдвиге в несвязном дисперсном грунте (песке) или в сцементированном гранулированном материале (бетоне, скальной породе). Далее показано, что материал, сохраняющий объем при пластической деформации, дает другую реакцию при нагрузке по сравнению с материалом, объем которого при пластической деформации увеличивается. Различия имеются как в отношении кривой «нагрузка – деформация», так и в отношении предельной нагрузки. В статье приводятся конкретные примеры того, что даже предельные нагрузки могут зависеть от характеристик дилатансии гранулированного материала.

В третьем разделе рассматриваются типичные данные, полученные при трехосных испытаниях песков, бетона и скальных пород. Обсуждаются такие элементарные параметры материала, как модуль Юнга и коэффициент Пуассона для описания упругих свойств, а также удельное сцепление и угол внутреннего трения для

определения прочности. Авторы показывают, что ассоциированная пластичность не может удовлетворительно описать результаты таких испытаний. Существенное отличие от неассоциированной теории пластичности от ассоциированной касается введения угла дилатансии, который контролирует неупругие (пластические) изменения объема. Этот параметр подходит для описания свойств не только дисперсных грунтов, но и бетона или скальных пород. Авторы рассматривают оценку угла дилатансии по данным испытаний.

В разделе 4 рассматриваются устоявшиеся концепции. Описанная в нем идеально-упругопластическая модель, как показывают авторы, является основой для более сложных моделей (которые рассматриваются в последующих главах). Кроме того, эта модель полезна для решения ряда практических задач. По словам авторов, они применяли ее на практике во многих конечноэлементных вычислениях. При этом они столкнулись с некоторыми неожиданными эффектами, которые оказались следствиями принятия неассоциированной пластичности. Эти эффекты рассматриваются в разделе 5.

В шестом разделе обсуждается механизм упрочнения для фрикционных материалов и развиваются некоторые мысли по поводу моделей упрочнения. Авторы указывают, что для бетона и скальных пород, которые обладают как сцеплением, так и внутренним трением, ситуация сложнее, чем для песка, поскольку упрочнение в принципе может быть применено как к сцеплению, так и к мобилизованному углу внутреннего трения. Учитывая данные трехосных испытаний, авторы утверждают, что принятие фрикционного упрочнения обычно приводит к более хорошему описанию результатов испытаний, чем принятие упрочнения сцепления, которое обычно применяется для описания упрочнения металлов.

Конкретная идея, по которой фрикционное упрочнение сочетается с разупрочнением сцепления, подробно рассматривается в разделе 7. На простом примере авторы показывают, что повышенная пластичность при более высоких уровнях давления (нагрузки) может очень хорошо описываться с использованием такого подхода, поэтому он кажется авторам многообещающим.

Использование неассоциированных моделей пластичности (моделей, основанных на неассоциированном законе течения) может приводить к неединственным предельным нагрузкам и может включать нестабильное структурное поведение (как это показано в главе 5 для идеально-пластической модели). Неединственность предельных нагрузок и нестабильное поведение могут также встречаться и для модели упрочнения (упрочняющейся модели), что проиллюстрировано в разделе 8, где представлен анализ полосы сдвига. Авторы показывают, что неединственные решения (бифуркации) возможны до достижения максимальной прочности. Теоретический анализ они сопровождают некоторыми результатами численных расчетов.

В девятом разделе приводится общий обзор моделей пластичности, целью которых является описание поведения «напряжение – деформация» для несвязных дисперсных грунтов или цементированных гранулированных материалов при циклическом нагружении. Авторы утверждают, что относительно того, какое направление следует предпочесть, единодушия мало. Но некоторые идеи, которые кажутся им наиболее многообещающими, они обсуждают более подробно и на примерах показывают, что такие подходы могут привести к разработке моделей,

которые могут разумно описать поведение дисперсных грунтов, подвергаемых циклическому нагружению.

В разделе 10 приводятся общие выводы. Авторы напоминают, что, по результатам испытаний, бетон и скальные породы являются более жесткими и прочными, чем несвязные дисперсные грунты, но пластическое течение достаточно хорошо описывается критерием текучести Мора – Кулона, который включает угол трения и силу сцепления частиц грунта (удельное сцепление). Пластическое течение почти всегда сопровождается увеличением объема, но степень деформирования при этом значительно отличается от той, которая следует из ассоциированной теории пластичности.

Авторы также делают вывод, что использование концепции угла дилатансии может быть полезным не только в механике дисперсного грунта, но и для бетона и скальных пород. Незадолго до и вскоре после пиковой прочности угол дилатансии достигает постоянного значения в зависимости от конкретного материала. При этом он как минимум на 20 град. меньше угла внутреннего трения. Из-за такой большой разницы и необходимо использовать неассоциированный закон течения, который соответствует пластическому потенциалу (потенциалу пластической деформации), похожему на функцию текучести, но вместо угла внутреннего трения включающему угол дилатансии.

То есть применительно к практическим инженерным проблемам могут быть существенные различия между результатами использования теорий, основанных на ассоциированном и неассоциированном законах текучести. При этом испытания песков, бетона и скальных пород и численные результаты решения некоторых практических задач действительно показали необходимость использования неассоциированной теории пластичности.

Использование ассоциированного закона текучести приводит к завышению жесткости и несущей способности. Наиболее поразительным численным результатом является возникновение «постпикового» ослабления грунта как следствие использования полностью неассоциированного закона течения. Это можно объяснить нарушением постулата стабильности Друкера.

Однако, по сути, как указали авторы в заключении (и в аннотации) к рассматриваемой работе, она состоит из трех частей, поскольку в ней рассматривается три типа материальных моделей возрастающей сложности.

Первая из них представляет собой идеально-пластическую модель, в которой используются пять указанных выше параметров (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, удельное сцепление, угол внутреннего трения, угол дилатансии). Эта модель основана на результатах испытаний, а не на гипотезе Друкера о стабильности материала. Авторы считают, что ее можно назвать «моделью для студентов», поскольку она является хорошим введением в теорию пластичности. Она подходит для анализа предельных состояний (граничных условий) и для общей аппроксимации деформаций при рабочих нагрузках.

Вторая модель получена дополнением к первой учета таких особенностей, как фрикционное упрочнение и разупрочнение сцепления (для учета ослабления сцепления цементированных гранулированных материалов с увеличением неупругой деформации). Ее, по мнению авторов, можно назвать «моделью для инженеров», поскольку она обеспечивает баланс между точностью и простотой. Ее анализ

показывает, что пластические деформации имеют тенденцию к локализации в тонких полосах сдвига, которые могут возникать даже до достижения максимальной прочности.

Если доработать второй вариант так, чтобы учесть гистерезис и накопление деформаций для несвязных и цементированных зернистых материалов при циклическом нагружении, то сложность снова возрастает и в результате получается третья модель, которую авторы называют «моделью для ученых». Тем не менее может быть получена привлекательная в вычислительном отношении модель при использовании концепции ограничительной (предельной) поверхности в дополнение к поверхности текучести, а также правила отображения. Чтобы использовать эти понятия в рамках неассоциированной модели типа Мора – Кулона, авторы предложили новое правило отображения.

Авторы заканчивают свою работу словами о том, что главной особенностью их исследования является единый подход к механическому поведению песков, скальных пород и бетона. Разница между механикой дисперсного грунта, механикой бетона и механикой скальных пород в основном заключается в практическом применении этих трех дисциплин. К тому же они расходятся из-за доминирующей роли воды в дисперсных грунтах, роли трещин и контактов в горных породах, а также роли трещин растяжения и арматуры в железобетоне.

В следующих публикациях мы более подробно рассмотрим содержание отдельных глав этой работы и приведем соответствующие рисунки и формулы.

Источники

1. *Vermeer P.A., De Borst R.* Non-associated plasticity for soils, concrete and rock // *Heron*. 1984. Vol. 29. № 3. URL: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:4ee188ab-8ce0-4df3-adf5-9010ebfaabf0>.