



АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОСАДКИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Принята к публикации 30.05.2025

Опубликована: 16.06.2025

МИРНЫЙ А.Ю.

Доцент Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, к.т.н., г. Москва, Россия
MirnyuAY@mail.ru

КАЛУГИНА Ю.А.

Главный специалист
ООО «Независимая геотехника»,
г. Москва, Россия
zvezdaneba@yandex.ru

АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается развитие метода послойного суммирования (МПС), позволяющего проводить расчет осадок с учетом нелинейности деформирования без применения численных методов. Метод основан на предложении З.Г. Тер-Мартиросяна об учете сдвиговой и объемной составляющей деформации с использованием соответственно модуля сдвига и модуля объемного сжатия при расчете методом послойного суммирования.

На основании аналитического решения задачи о распределении компонентов напряжений в грутовом массиве выполнен расчет объемной и сдвиговой составляющих осадки для загруженных площадей различной конфигурации. Полученное решение сопоставлено с ранее известными аналитическими решениями и с численными расчетами с использованием различных моделей деформирования.

Сопоставление результатов использования предложенной методики расчета и аналитического решения показало, что предлагаемый метод приближает получаемое решение к точному решению Шлейхера – Польшина. Сопоставление с решением, полученным с применением метода конечных элементов (МКЭ) на основе различных упругопластических моделей, показало, что учет деформации сдвига приближает решение методом послойного суммирования к численному решению без введения дополнительных корреляционных коэффициентов.

Использование предложенного нелинейного решения позволяет получить результаты, сопоставимые с результатами численного моделирования при расчете простейших задач фундаментостроения с применением меньшего количества допущений. Дальнейшее развитие метода может позволить уточнить линейные решения, предписываемые на настоящий момент нормативными документами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

расчет осадки; метод послойного суммирования; задача Лява; жесткость; средние напряжения; нелинейная жесткость грунтов.

ССЫЛКА ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Мирный А.Ю., Калугина Ю.А.. Аналитический метод расчета осадки с учетом нелинейности деформирования // ГеоИнфо. 2025. Т. 7. № 1. С. 26–32. DOI:10.58339/2949-0677-2025-7-1-26-32.

ANALYTICAL METHOD FOR SETTLEMENT CALCULATION TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR DEFORMATION

Accepted for publication 30.05.2025

Published 16.06.2025

MIRNYY A.Yu.

PhD, assistant professor, Department of Engineering and Ecological Geology, Faculty of Geology, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
MirnyyAY@mail.ru

KALUGINA Yu.A.

Chief specialist, "Nezavisimaya geotekhnika" LLC ("Independent Geotechnics" LLC), Moscow, Russia
zvezdaneba@yandex.ru

ABSTRACT

The paper considers the development of the layer-by-layer summation method, which makes it possible to calculate settlements taking into account nonlinear deformation without using numerical methods. This method is based on the proposal of Z.G. Ter-Martirosyan on taking into account the shear and volumetric components of deformation using, respectively, the shear modulus and the volumetric compression modulus for the calculation by the layer-by-layer summation method.

The volumetric and shear components of settlements for loaded areas of various configurations were calculated on the basis of an analytical solution of the problem of stress components distribution in a soil mass. The obtained solution was compared with previously known analytical solutions with the use of various deformation models.

Comparing the results of using the proposed calculation method and the analytical solution was shown that the proposed method brings the obtained solution closer to the exact Shleikher-Pol'shin solution. The comparison with the solution obtained using the finite element method (FEM) on the basis of various elastoplastic models showed that the consideration of shear deformation brings the solution by the layer-by-layer summation method closer to the numerical solution without introducing additional correlation coefficients.

The use of the proposed nonlinear solution makes it possible to obtain results that are comparable to the results of numerical modeling when calculating the simplest problems of foundation engineering using fewer assumptions. Further development of the method can make more precise the linear solutions that are currently prescribed by regulatory documents.

KEYWORDS:

settlement calculation; layer-by-layer summation method; Love's problem; stiffness; mean stress; nonlinear soil stiffness.

FOR CITATION:

Mirnyy A.Yu., Kalugina Yu.A. Analiticheskii metod rascheta osadki s uchetom nelineinosti deformirovaniya [Analytical method for settlement calculation taking into account nonlinear deformation] // GeoInfo. 2025. T. 7. № 1. S. 26–32. DOI:10.58339/2949-0677-2025-7-1-26-32 (in Rus.).

ВВЕДЕНИЕ ►

Несмотря на широкое распространение численных методов в практике геотехнического проектирования, аналитические решения задач по-прежнему актуальны – именно эти методы расчета осадки и устойчивости основания сооружения хорошо апробированы и являются достаточным обоснованием безопасности и надежности. В частности, метод послойного суммирования (МПС) на протяжении 50 лет является основным рекомендованным методом расчета осадки отдельно стоящих и ленточных фундаментов.

Ограничения аналитических методов хорошо известны: в большинстве случаев расчет не учитывает негоризонтального залегания инженерно-геологических элементов (ИГЭ), а поведение отдельных элементов моделируется на основании теории линейного деформирования. Метод послойного суммирования предполагает, что каждый элементарный слой находится в состоянии компрессионного сжатия и не испытывает бокового расширения. Это предположение справедливо лишь отчасти, для фундаментов достаточно большой ширины по отношению к сжимаемой толще

основания. Анализ напряженного состояния основания даже на основании теории линейно-деформируемой среды показывает, что области роста касательных напряжений хоть и не распространяются на ту же глубину, что нормальные напряжения, но не могут игнорироваться при расчете деформаций.

Профессором З.Г. Тер-Мартirosyanом была предложена модификация этого метода, позволяющая учитывать развитие в каждом элементарном слое сдвиговых деформаций. Преимуществом данного метода является возможность учета деформации основания за

Таблица 1. Коэффициенты влияния α_m для расчета средних напряжений $\Delta\sigma_{mp,i}$ по оси загруженной площади (при $v = 0,3$)

$\xi = 2z/b$	Круг	Прямоугольник с соотношением сторон $\eta = l/b$, равным						Лента ($\eta \geq 10$)
		1,0	1,4	1,8	2,4	3,2	5,0	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,4	0,552	0,573	0,593	0,599	0,601	0,599	0,596	0,590
0,8	0,331	0,362	0,395	0,407	0,412	0,412	0,408	0,400
1,2	0,204	0,233	0,269	0,286	0,296	0,298	0,295	0,289
1,6	0,133	0,157	0,190	0,208	0,222	0,227	0,227	0,222
2	0,092	0,111	0,139	0,157	0,172	0,180	0,183	0,179
2,4	0,067	0,082	0,105	0,122	0,137	0,147	0,152	0,149
2,8	0,051	0,063	0,082	0,096	0,111	0,122	0,129	0,128
3,2	0,040	0,049	0,065	0,078	0,092	0,103	0,112	0,112
3,6	0,032	0,040	0,053	0,064	0,077	0,088	0,098	0,100
4	0,026	0,032	0,044	0,054	0,065	0,076	0,086	0,090
4,4	0,022	0,027	0,037	0,045	0,056	0,066	0,077	0,081
4,8	0,018	0,023	0,031	0,039	0,048	0,058	0,069	0,074
5,2	0,016	0,020	0,027	0,034	0,042	0,051	0,062	0,068
5,6	0,014	0,017	0,023	0,029	0,037	0,045	0,056	0,063
6	0,012	0,015	0,021	0,026	0,033	0,040	0,051	0,059

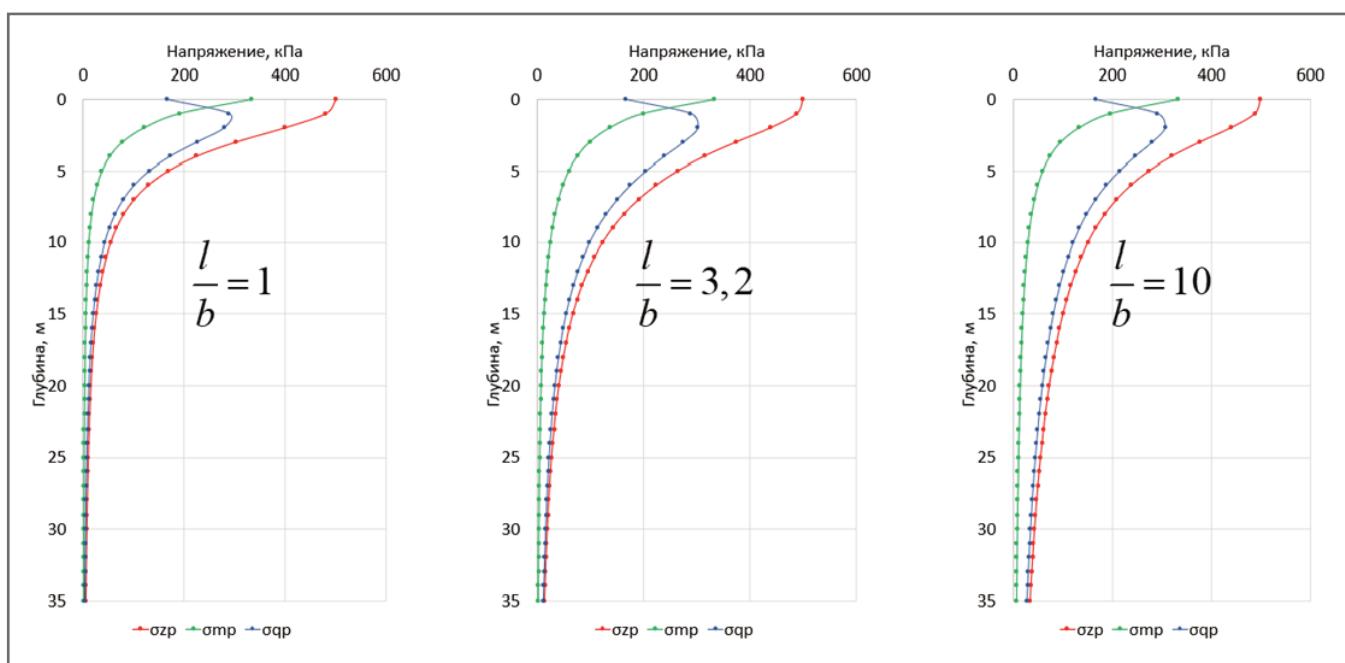


Рис. 1. Затухание вертикальных, средних и девиаторных напряжений с глубиной для загруженной площади с различным соотношением сторон

счет формоизменения – даже при коэффициенте относительного поперечного расширения $v = 0,5$, то есть при бесконечной объемной жесткости осадка не будет нулевой за счет деформации сдвига. Помимо этого использование параметров объемной и сдвиговой жесткости лучше соответствует физическим процессам, протекающим при деформировании скелета грунта (изменению

пористости и взаимному смещению частиц). Однако сохраняется и общий недостаток теории линейного деформирования: в пределах одного ИГЭ жесткость не зависит от уровня действующих напряжений и величина осадки напрямую зависит от выбора мощности сжимаемой толщи.

В качестве логичного дальнейшего шага можно воспользоваться хорошо

известной в рамках нелинейной механики грунтов степенной зависимостью жесткости от уровня средних напряжений. Предлагаемая модификация позволит расширить область применения метода послойного суммирования, а также снизит зависимость результата расчета от выбора мощности сжимаемой толщи, так как с увеличением напряжений с глубиной жесткость будет

возрастать и затухание осадки будет происходить быстрее.

В настоящей работе приведены результаты сопоставления решений тестовой задачи различными методами.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ►

По предложению З.Г. Тер-Мартиросяна осадка определялась по двуслойной формуле, в которой для каждого элементарного слоя раздельно определялась деформация за счет объемного сжатия, вызванная изменением среднего напряжения, и деформация сдвига, вызванная девиатором напряжений:

$$s = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta\sigma_{zp,i} - \Delta\sigma_{mp,i}}{2G_i} + \frac{\Delta\sigma_{mp,i}}{3K_i} \right) h_i, \quad (1)$$

где s – осадка элементарного слоя; $\Delta\sigma_{zp,i}$ – приращение дополнительного вертикального напряжения в середине i -го слоя; $\Delta\sigma_{mp,i}$ – приращение дополнительного среднего напряжения в середине i -го слоя; G_i – модуль сдвига i -го слоя; K_i – модуль объемного сжатия i -го слоя; h_i – мощность i -го слоя.

Некоторые вопросы в этой методике вызывает определение среднего напряжения для i -го слоя. В исходной редакции его предлагается рассчитывать на основании компонент напряженного состояния для данной точки [1]. Это может быть выполнено на основании решения задачи А. Лява [2], развитого впоследствии В.Г. Короткиным [3] – в его публикации приведены полные аналитические решения для всех компонентов напряженно-деформированного состояния (НДС). Несмотря на громоздкость этих решений, величина приращений дополнительных напряжений определяется исключительно интенсивностью распределенной нагрузки, формой загруженной площади и координатами рассматриваемой точки, что позволяет выразить средние напряжения с помощью коэффициентов влияния. Принимая во внимание то, что метод послойного суммирования исходно рассматривает только центральную ось, проходящую через загруженную площадь, можно также не рассматривать точки вне этой оси ($x, y = 0$). Таким образом, для определения $\Delta\sigma_{zp,i}$ можно использовать табличные значения коэффициента влияния α (по таблице 5.8. СП 22.13330.2016), а для определения $\Delta\sigma_{mp,i}$ – получить свои значения коэффициентов, представленные в таблице 1. При необходимости значения коэффициентов могут быть рассчитаны и для больших глубин.

Характерно, что по мере увеличения соотношения сторон прямоугольной загруженной площади среднее напряжение с глубиной затухает медленнее (рис. 1). Для близкой к квадрату загруженной площади, напротив, наблюдается концентрация среднего напряжения в пределах глубины, равной ширине фундамента. Этот вывод вполне логичен, так как хорошо известно, что приращения горизонтальных напряжений с глубиной затухают крайне быстро, а степень затухания вертикальных напряжений непосредственно зависит от конфигурации загруженной площади. На этом основании можно предположить, что наибольшее расхождение между предлагаемым методом и классическим МПС будет наблюдаться для ленточных фундаментов, так как предлагаемое решение основано на пространственной, а не на плоской задаче.

Следует отметить, что, в отличие от вертикального напряжения, горизонтальные напряжения (а, как следствие, и средние) зависят от величины коэффициента относительного поперечного расширения v . В.А. Флорин [4] указывает, что влияние коэффициента поперечного расширения несущественно влияет на значения напряжений, однако это верно только для квадратной загруженной площади. По мере увеличения соотношения l/b влияние увеличивается и для ленточного фундамента ($l/b > 10$) расхождение между средними напряжениями при $v = 0,2$ и $v = 0,4$ достигает 21%.

Нелинейность деформирования в предлагаемом методе проще всего учесть путем введения степенной зависимости модулей жесткости от уровня средних напряжений. При этом авторам представляется более корректным использовать независимые показатели степени для сдвига и объемного сжатия – аналогично тому, как это сделано в модели UBCSand и ее модификациях [5–8]:

$$G_i = G^{ref} \left(\frac{\sigma_{m,i}}{\sigma^{ref}} \right)^n; \quad (2)$$

$$K_i = K^{ref} \left(\frac{\sigma_{m,i}}{\sigma^{ref}} \right)^m,$$

где G^{ref}, K^{ref} – опорные значения модулей сдвига и объемного сжатия соответственно; σ^{ref} – опорное среднее давление; n, m – степенные показатели.

В отличие от широко распространенной в настоящее время модели Hardening Soil [9, 10], независимые степенные

показатели жесткости позволяют учитывать различие физических процессов, влияющих на изменение жесткости грунта при уплотнении. Сдвиговая жесткость обусловлена в первую очередь трением, и в грунтах с большими значениями угла внутреннего трения зависимость будет более сильной. Объемная жесткость определяется пористостью, и для грунтов с плотной упаковкой частиц зависимость будет слабой. Данные степенные показатели могут быть определены по результатам испытаний трехосного и компрессионного сжатия в результате расчета соответственно параметров сдвиговой и объемной жесткости при различных уровнях средних напряжений и последующей аппроксимации полученных частных значений степенной функцией.

Начальное (бытовое) среднее напряжение $\sigma_{m,i}$ в каждом элементарном слое, необходимое для учета нелинейной жесткости, целесообразно определять на основании бытового вертикального напряжения и величины коэффициента бокового давления в массиве K_0 . В этом случае в расчете может быть учтено и переуплотненное состояние.

$$\sigma_{m,i} = \sigma_{zp,i} \left(\frac{1+2K_0}{3} \right). \quad (3)$$

Порядок расчета практически не отличается от изложенного в СП 22.13330.2016. После построения эпюры природного и дополнительного давления и определения мощности сжимаемой толщи вся она разделяется на элементарные слои. Для уровня середины каждого слоя рассчитывается величина среднего бытового напряжения $\sigma_{m,i}$, на основании которого определяются величины модулей сдвига и объемного сжатия. Расчет может быть легко выполнен в табличной форме.

С целью сопоставления различных методов было выполнено три группы расчетов.

1. Для проверки точности аналитического решения выполнен строгий расчет для невесомого основания для линейно-упругой среды методом послойного суммирования, методом З.Г. Тер-Мартиросяна и по решению Шлейхера – Польшина [11, 12]. Авторами была рассмотрена задача об осадке в центре загруженной площади шириной 1 м, нагрузка составила 500 кПа. Рассмотрено три случая соотношения сторон – загруженный квадрат, прямоугольник с соотношением сторон $l/b = 3,2$ и условно бесконечная лента. Нагрузка принята бесконечно гибкой для лучшего соответствия условиям

Таблица 2. Принятые для расчета параметры физико-механических свойств

Параметр	Размерность	Модель		
		Linear-elastic (LE)	Mohr-Coulomb	Hardening soil
γ	кН/м ³	20	20	20
E_0	МПа	30	30	-
v	-	0,3	0,3	-
G	МПа	11,5	11,5	-
K	МПа	25	25	-
ϕ	°	-	30	30
c	МПа	-	0,005	0,005
E_{50}^{ref}	МПа	-	-	24
E_{oed}^{ref}	МПа	-	-	40,4
E_{ur}^{ref}	МПа	-	-	225
n, m	-	-	-	0,5
K_0	-	0,428	0,428	0,428

Таблица 3. Значения осадки поверхности в центре загруженной площади, полученные аналитическими методами

Соотношение сторон загруженной площади l/b	Метод послойного суммирования	Решение Шлейхера – Польшина	Метод З.Г. Тер-Мартirosяна
1	0,013	0,017	0,019
3,2	0,020	0,027	0,031
>10	0,024	0,038	0,039

метода послойного суммирования и аналитического решения задачи. Для наглядности рассматривался только случай первичного нагружения, без разгрузки, а сама нагрузка прикладывалась к дневной поверхности массива. Мощность элементарного слоя принята равной 0,2 м. Мощность сжимаемой толщи в данном случае искусственно не ограничивалась и составляла 7 м (дополнительные напряжения от внешней нагрузки на этой глубине не превышают 1,5%).

2. Инженерный расчет в линейной постановке, учитывающий вес основания и более реалистичные геометрические параметры, выполнялся методом послойного суммирования по СП 22.13330.2016, предлагаемым аналитическим методом и численно в программном комплексе Plaxis. Использовалась линейно-упругая модель, расчет выполнялся методом послойного суммирования, методом З.Г. Тер-Мартirosяна в линейной постановке и численно. Ширина фундамента была принята равной 5 м, глубина заложения – также 5 м. Как и для аналитического расчета, рассматривались соотношения сторон $l/b = 1; 3,2; 10$. Мощность сжимаемой толщи определялась по методике СП 22.13330.2016 и использовалась для

установления нижней границы расчетной модели. Для квадратной загруженной площади она составила 6 м; для прямоугольной – 9 м; для ленты – 10 м. Мощность элементарных слоев принималась равной $0,2b = 1$ м.

3. Для проверки учета нелинейности деформирования был выполнен расчет той же задачи предлагаемым нелинейным методом и с применением модели Hardening Soil, использующей аналогичный степенной закон изменения жесткости. Геометрические параметры задачи были приняты аналогично предыдущему варианту расчета.

Для корректного сопоставления результатов расчетов были приняты параметры физико-механических свойств, представленные в таблице 2 при опорном давлении 100 кПа.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Результаты расчета осадки загруженной площади для первого сопоставительного расчета представлены в таблице 3.

Сопоставление результатов расчетов показывает, что классический метод послойного суммирования (с учетом фактического коэффициента невозможности бокового расширения $\beta = 0,74$) занижает осадку относительно аналитиче-

ского решения Шлейхера – Польшина на 24–37% в зависимости от соотношения сторон фундамента. Это может объясняться как неточностью исходной предпосылки метода о компрессионном режиме сжатия каждого элементарного слоя, так и неизбежной погрешностью, связанной с дискретизацией непрерывной функции изменения напряжений по глубине. Метод З.Г. Тер-Мартirosяна значительно ближе к аналитическому решению – расходжение составляет от 3 до 15%, причем в сторону завышения расчетной осадки (таблица 3). На основании этого сопоставления можно заключить, что метод З.Г. Тер-Мартirosяна больше соответствует фактическому НДС в линейно-упругой среде, однако не учитывает, что интенсивность девiatorной составляющей напряжений в пределах одного элементарного слоя по ширине неодинакова, что и приводит к завышению деформации.

Второй расчет, демонстрирующий практическую реализацию инженерного метода в линейной постановке, учитывал вес основания и более реалистичные геометрические параметры. Результаты расчета приведены в таблице 4.

Для предлагаемого нелинейного метода начальные значения модулей были

Таблица 4. Значения осадки поверхности, м, в центре загруженной площади, полученные инженерными и численными методами в линейной постановке

Соотношение сторон загруженной площади l/b	МПС (по СП 22.13330.2016)		Метод З.Г. Тер-Мартиросяна		МКЭ (модель LE)
	без разгрузки	с разгрузкой	без разгрузки	с разгрузкой	
1	0,050	0,043	0,062	0,054	0,058
3,2	0,074	0,063	0,095	0,082	0,086
10	0,081	0,069	0,139	0,091	0,091

Таблица 5. Значения осадки поверхности в центре загруженной площади, полученные инженерными и численными методами

Соотношение сторон загруженной площади l/b	Метод З.Г. Тер-Мартиросяна		МКЭ (модель Hardening Soil)
	без учета давления связности	с учетом давления связности	
1	0,042	0,044	0,045
3,2	0,063	0,066	0,066
10	0,070	0,073	0,074

приняты по таблице 2, а степенной коэффициент – равным $m = n = 0,5$. Как и в случае МПС, из компонент напряжений от внешней нагрузки σ_p вычитались соответствующие компоненты бытовых напряжений σ_g .

В связи с тем что в численном расчете для устойчивости решения потребовалось ввести нецелевое значение сцепления, третий сопоставительный расчет был выполнен в двух вариантах – с учетом и без учета давления связности в степенном законе жесткости [9]. Из таблицы 5 видно, что в случае учета давления связности результат расчета практически совпадает с результатом нелинейного численного расчета.

В качестве дальнейшего развития метода можно учесть и разгрузку дна котлована. При этом опорное давление p^{ref} , при котором приняты опорные значения модулей G и K , должно быть не меньше, чем вертикальное бытовое давление σ_g на уровне дна котлована. В этом случае до достижения данного уровня нагрузки все модули принимаются постоянными, а при превышении его начнут возрастать.

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ ►

В результате сопоставления результатов расчетов аналитическими и численными методами в линейно-упругой и нелинейной постановках установлено, что учет сдвиговой деформации наиболее принципиален для фундаментов небольшой ширины. По мере увеличения ширины загруженной площади режим работы каждого элементарного слоя приближается к компрессионному сжатию и сдвиговая составляющая деформации не вносит существенного вклада в общую осадку, так как размер зон сдвига уменьшается относительно области компрессионного сжатия.

Учет нелинейного изменения жесткости с глубиной уточняет значение осадки и приближает результат расчета к результатам численного моделирования с применением нелинейной модели. При этом результат может быть получен в простой табличной форме без применения специализированного программного обеспечения.

Расхождение предложенного метода

в линейной постановке с точным решением Шлейхера – Польшина составляет от 3 до 15%, в то время как для классического МПС – от 24 до 37%, что доказывает корректность выполненных вычислений и полученных значений коэффициентов. В нелинейной постановке метод дает результаты расчета осадки, приближенные к результатам численного решения, и большие, чем МПС, так как учитывает развитие сдвиговых деформаций. Учет нелинейной жесткости грунтов приводит к более реалистичной оценке деформации основания.

Предложенный модифицированный метод нелинейного инженерного расчета осадки позволяет:

- учесть зависимость объемной и сдвиговой жесткости от уровня средних напряжений;
- учесть отклонение фактического напряженного состояния от гипотезы о компрессионном сжатии элементарного слоя;
- снизить зависимость результата расчета от выбора мощности сжимаемойтолщи. 

Список литературы ►

1. Тер-Мартиросян З.Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 552 с.
2. Ляв А. Математическая теория упругости. Ленинград: ОНТИ, 1935. 672 с.
3. Короткин В.Г. Объемная задача для упруго-изотропного полупространства // Труды Гидроэнергопроекта. 1938. № 4. С. 92–98.
4. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Том 1. Ленинград: Госстройиздат, 1959. 360 с.
5. Puebla H., Byrne P.M. Analysis of CANLEX liquefaction embankments: prototype and centrifuge models // Canadian Geotechnical Journal. 1997. Vol. 34. P. 641–657.
6. Beaty M.H., Byrne P.M. UBCSAND constitutive model // Itasca UDM Web Site. 2011.

7. Petalas A., Galavi V. Plaxis Liquefaction Model UBC3D-PLM. PLAXIS, 2012.
8. Galavi V., Petalas A., Brinkgreve R.B.J. Finite element modelling of seismic liquefaction in soils // Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS AGSSEA. 2013. Vol. 44. № 3. P. 55–64.
9. Schanz T., Vermeer P.A., Bonnier P.G. The hardening soil model: formulation and verification // Beyond 2000 in Computational Geotechnics – 10 years of PLAXIS. Rotterdam: Balkema, 1999. P. 281–290.
10. Benz T. Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences. Stuttgart, Germany: Institut fur Geotechnik der Universitat Stuttgart, 2007. 193 p.
11. Schleicher F. Taschenbuch fur Bauingenieure. 1. Band.. Berlin: Springer, 1955. 1087 p.
12. Польшин Д.Е. Определение напряжения в грунте при загрузке части его поверхности // Труды ВИОС. Основания и фундаменты. 1933. № 1.

References ►

1. Ter-Martirosyan Z.G. Mekhanika gruntov [Soil Mechanics]. M.: ASV, 2009. 552 s. (in Rus.).
2. Love A. Matematicheskaya teoriya uprugosti [Mathematical theory of elasticity]. Leningrad: ONTI, 1935. 672 s. (in Rus.).
3. Korotkin V.G. Ob"emnaya zadacha dlya uprugo-izotropnogo poluprostranstva [Three dimensional problem for an elastically isotropic half-space] // Trudy Gidroehnergoproekta. 1938. № 4. C. 92–98 (in Rus.).
4. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov. Tom 1 [Fundamentals of soil mechanics. Volume 1]. Leningrad: Gosstroizdat, 1959. 360 s. (in Rus.).
5. Puebla H., Byrne P.M. Analysis of CANLEX liquefaction embankments: prototype and centrifuge models // Canadian Geotechnical Journal. 1997. Vol. 34. P. 641–657.
6. Beaty M.H., Byrne P.M. UBCSAND constitutive model // Itasca UDM Web Site. 2011.
7. Petalas A., Galavi V. Plaxis Liquefaction Model UBC3D-PLM. PLAXIS, 2012.
8. Galavi V., Petalas A., Brinkgreve R.B.J. Finite element modelling of seismic liquefaction in soils // Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS AGSSEA. 2013. Vol. 44. № 3. P. 55–64.
9. Schanz T., Vermeer P.A., Bonnier P.G. The hardening soil model: formulation and verification // Beyond 2000 in Computational Geotechnics – 10 years of PLAXIS. Rotterdam: Balkema, 1999. P. 281–290.
10. Benz T. Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences. Stuttgart, Germany: Institut fur Geotechnik der Universitat Stuttgart, 2007. 193 p.
11. Schleicher F. Taschenbuch fur Bauingenieure. 1. Band.. Berlin: Springer, 1955. 1087 p.
12. Pol'shin D.E. Opredelenie napryazheniya v grunte pri zagruzke chasti ego poverkhnosti [Determination of stress in the soil when loading a part of its surface] // Trudy VIOS. Osnovaniya i fundamenti. 1933. № 1 (in Rus.).



Телеграм-канал журнала

ГеоИнфо Независимый электронный журнал

- Новости
- Статьи
- Обсуждения

<https://t.me/geoinfonews>