

ПНИИС Госстроя СССР

Руководство

по составлению
региональных
таблиц
нормативных
и расчетных
показателей
свойств грунтов



Москва 1981

ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ
ПО ИНЖЕНЕРНЫМ ИЗЫСКАНИЯМ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ
(ПНИИИС) ГОССТРОЯ СССР

РУКОВОДСТВО ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТАБЛИЦ НОРМАТИВНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОЙСТВ ГРУНТОВ



МОСКВА СТРОЙИЗДАТ 1981

Рекомендовано к изданию секцией методики, экономики и техники инженерных изысканий НТС ПНИИИС Госстроя СССР.

Руководство по составлению региональных таблиц нормативных и расчетных показателей свойств грунтов / ПНИИИС Госстроя СССР. — М.: Стройиздат, 1981. — 55 с.

Предназначено для составления таблиц, прогнозирующих нормативные и расчетные значения показателей механических свойств грунтов различных геолого-генетических комплексов в районах их распространения. Содержит общие теоретико-методические положения, касающиеся выбора объекта исследования (региона, типа грунтов и пр.) и методов обработки экспериментального материала, а также описания основных этапов процедуры составления таблиц, включая математические формулы для ручного и машинного счета.

Приведены примеры составления региональных таблиц по конкретным регионам, даны описание и текст программ для ЭВМ «Наири-2».

Для инженеров-геологов, занимающихся проблемой многократного использования материалов инженерно-геологических изысканий.

Табл. 9, ил. 4.

Действующая в настоящее время глава СНиП II-15-74 допускает для предварительных расчетов оснований зданий и сооружений всех классов, а также для окончательных расчетов оснований зданий и сооружений II—IV класса и ряда других сооружений определение нормативных и расчетных значений прочностных и деформационных характеристик по их физическим показателям (табл. 1—3 прил. 2). Для отдельных районов указанная глава СНиП позволяет вместо таблиц прил. 2 использовать специально разработанные и согласованные с Госстроем СССР региональные таблицы характеристик грунтов, учитывающие инженерно-геологическую специфику этих районов.

В настоящем Руководстве изложена методика статистического обобщения фондовых данных по физико-механическим свойствам рыхлых грунтов с целью составления региональных таблиц для прогноза прочностных и деформационных свойств грунтов по показателям их состояния, состава и строения (физическим свойствам). Методика позволяет построить оптимальные уравнения для косвенной оценки нормативных (средних) и расчетных (гарантированных с заданной надежностью) показателей механических свойств, характерных для грунтов определенных геолого-генетических комплексов в определенных районах их распространения, а также исследовать устойчивость и область применимости найденных зависимостей. В приложениях приведены необходимые статистические таблицы, рекомендуемая методика расчленения неоднородных выборок классификационных показателей свойств грунтов, а также описание программ для ЭВМ «Напри-2», реализующих основные моменты изложенной методики.

В Руководстве изложен разработанный в последние годы новый подход (исследование так называемых структурных зависимостей), направленный на изучение связей между показателями механических и физических свойств грунтов, обобщенными в пределах инженерно-геологических элементов — макроскопически однородных геологических тел, размеры которых (в плане) соизмеримы с размерами инженерных сооружений. Такая постановка задачи наилучшим образом соответствует поставленной цели — обеспечить косвенный прогноз нормативных и расчетных характеристик грунтов, применимых при расчетах взаимодействия инженерных сооружений и естественных оснований.

В Руководство включены методические положения, прошедшие к моменту выпуска достаточную практическую апробацию. Ряд методов, важных с точки зрения обобщения материалов изысканий прошлых лет, в настоящее время находится в стадии разработки. К ним относятся, в частности, методы прогноза прочностных характеристик грунтов на основе сопоставления величин сопротивлений сдвигу τ и параллельных определений физических свойств.

Объектами для проведения исследований, предусмотренных настоящим Руководством, являются грунты определенных геолого-генетических комплексов, имеющих достаточно широкое распространение. Разрабатывая региональные таблицы, следует рассматривать эти комплексы грунтов в пределах таксономических единиц инженерно-геологического районирования: регионов, областей, районов.

С учетом практических потребностей допустимо выделение регионов по условным признакам: территория города, области, район работ крупной территориальной изыскательской организации и т. п., но и в этом случае таблицы составляются для одного генетического типа грунтов.

Настоящее Руководство может использоваться двояко. Первый путь, вполне доступный геологу, — непосредственное использование программы для машины «Наири-2», приведенной в прил. 4, а также других программ, рекомендованных в тексте. Второй путь — использование разработанного алгоритма для составления программы для другого типа ЭВМ — осуществляется математиком.

Руководство составлено в Лаборатории математических методов ПНИИС канд. геолого-минерал. наук Б. Г. Слепцовым при участии кандидатов техн. наук О. И. Игнатовой (НИИОСП), М. Т. Ойзермана и канд. геолого-минерал. наук Н. М. Хайме, под общим руководством д-ра геолого-минерал. наук М. В. Раца. В примерах прил. 3 использованы материалы изысканий института Эстпром-проект (гл. геолог А. Вило).

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Таблицы для прогноза характеристик механических свойств по показателям состава, структуры и состояния грунтов следует разрабатывать для наиболее характерных для данного региона геолого-генетических комплексов пород, широко использующихся в качестве естественных оснований зданий и сооружений. Сбор фактического материала должен осуществляться таким образом, чтобы в статистическую совокупность, предназначенную для обработки, включались опытные данные, относящиеся, как правило, к грунтам одного и того же генезиса, полученные единым методом при стандартных условиях проведения эксперимента. Приборы и оборудование, используемые при испытаниях грунтов, должны удовлетворять требованиям получения равноценных результатов. Фактический материал должен представляться в форме специальных стандартных бланков или таблиц, удобных для перевода информации на носители ЭВМ (перфокарты, перфоленты и т. п.).

1.2. Для прогноза прочностных и деформационных свойств грунтов настоящим Руководством предусматривается использование экспериментальных определений модуля деформации E или коэффициента сжимаемости a , а также величин угла внутреннего трения φ и удельного сцепления c , полученных при обработке результатов сдвиговых испытаний на отдельных монолитах. При этом таблицы составляются для тех показателей, которые фактически определяются при изысканиях и аргументированно используются при проектировании оснований на площадках данного региона. В тех случаях когда прогнозируемые показатели получены по несовершенной (с точки зрения проектирования) методике, прогнозные характеристики должны быть пересчитаны с помощью переходных коэффициентов, установленных специальным статистическим исследованием (например, коэффициенты перехода от компрессионного модуля деформации к штамповому).

1.3. Сфера практического применения табличных характеристик механических свойств грунтов определяется качеством и количеством фактического материала, используемого для построения таблиц, и характером статистической обработки этого материала. Для предварительных расчетов на стадии технико-экономического обоснования проекта можно ограничиться нормативными табличными характеристиками, дающими прогноз механических свойств грунтов в среднем (п. 1.4); таблицы нормативных характеристик могут быть получены достаточно стандартными и почти полностью автоматизированными методами обработки данных. Для окончательных расчетов оснований на стадиях технического проекта и рабочих чертежей (либо на стадии техно-рабочего проекта) следует пользоваться расчетными (гарантированными) характеристиками, величина которых учитывает точность косвенного прогноза обобщенных показателей механических свойств грунтов на отдельных площадках изысканий (п. 1.6). Для получения расчетных характеристик необходимы более детальный геолого-статистический анализ фактического материала (включая выделение инженерно-геологических элементов на представленных в нем объектах изысканий) и введение соответствующей структуры массива исходных данных.

1.4. Нормативным значением показателя некоторого механического свойства грунтов (фактора-функции) при фиксированных значениях показателей одного или нескольких физических свойств (факторов-аргументов) следует считать величину, которая дается уравнением регрессии данной функции по данным аргументам. Это уравнение строится методами корреляционно-регрессионного анализа на основе параллельных определений физических и механических характеристик — обобщенных (пп. 4.8.—4.10) или индивидуальных (пп. 4.5—4.7). Составляя таблицы нормативных характеристик, можно сводить в одну таблицу результаты прогноза по нескольким уравнениям регрессии, охватывающим разные диапазоны изменения аргументов.

1.5. Необходимым условием применения таблицы нормативных характеристик является статистическая значимость зависимости, положенной в ее основу, и значимость каждого из факторов-аргументов (пп. 4.11—4.12). Количество параллельных индивидуальных наблюдений для построения уравнения регрессии должно быть порядка нескольких сотен (при условии представительности данных для всего изучаемого комплекса грунтов).

1.6. Точность косвенного прогноза обобщенных показателей механических свойств грунтов обусловлена в первую очередь природными особенностями корреляции между свойствами грунтов, специфичными для данного регионального геолого-генетического комплекса. Она связана с существованием некоторого остаточного разброса истинных обобщенных показателей механических свойств при одних и тех же показателях состава, состояния и строения грунтов для разных инженерно-геологических элементов в пределах всего изучаемого комплекса; характеристикой этого разброса является так называемая остаточная дисперсия нормативных характеристик (п. 5.2). Поэтому расчетным значением фактора-функции при фиксированных значениях факторов-аргументов следует считать величину, которая определяется как толерантный предел для наблюдений функций, имеющих вышеупомянутую остаточную дисперсию (п. 5.4).

1.7. Для вычисления расчетных значений фактора-функции дополнительным требованием к количеству и качеству фактического материала является достаточная представительность входящих в него данных по отдельным инженерно-геологическим элементам (минимум 5—10 определений фактора-функции в среднем на элемент).

1.8. Общая схема проведения геолого-статистического исследования с целью составления региональных таблиц включает в себя следующие элементы:

- предварительный геологический анализ и статистическая обработка фактического материала;

- исследование информативности косвенных признаков и выбор оптимального набора аргументов;

- выбор вида прогнозирующего уравнения и его построение;

- оценка остаточного разброса прогнозируемого показателя, построение толерантных пределов для прогноза расчетных показателей;

- исследование устойчивости и области применения найденных зависимостей путем проведения экзамена на независимом материале;

- построение таблиц на основе найденных зависимостей.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ГЕОЛОГО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

2.1. В ходе предварительного геологического анализа экспериментальных данных необходимо прежде всего отбраковать сомнительные индивидуальные значения всех показателей, вызванные повреждением монолитов при транспортировке и хранении, лабораторными ошибками или другими причинами.

2.2. Удобным способом предварительного анализа данных является изучение парных корреляционных точечных графиков показателей. В частности, на этих графиках бывают видны отдельные экспериментальные значения, резко выделяющиеся из общей тенденции зависимости. Наличие таких точек на нескольких графиках (т. е. по нескольким парам показателей) является достаточным основанием для того, чтобы информация, относящаяся к соответствующим образцам, была исключена из дальнейшего рассмотрения.

2.3. Необходимой составной частью предварительной обработки данных для оценки расчетных показателей свойств грунтов, помимо описанных выше процедур, является расчленение исходного массива информации на части, отвечающие опробованию отдельных инженерно-геологических элементов, т. е. частей массивов горных пород с чисто случайной изменчивостью основных физико-механических показателей, сравнимых по площади с размерами проектируемых инженерных сооружений. Весь изучаемый комплекс должен рассматриваться как объединение инженерно-геологических элементов. Выделение инженерно-геологических элементов на каждой площадке изысканий, представленной в экспериментальном материале, производится в соответствии с установками нормативных документов (ГОСТ 20552—75).

2.4. Последовательной формальной методики расчленения неоднородных массивов горных пород в настоящее время еще нет. Для небольших площадок изысканий (площадью порядка 1 га) можно ограничиться исследованием генетической однородности толщ и анализом изменчивости свойств по глубине. На больших площадках необходимо подвергать выборки основных физических характеристик грунтов (число пластичности, коэффициент пористости, влажности и т. п.) анализу на статистическую однородность распределения. Рекомендуемая методика такого анализа изложена в прил. 2.

2.5. вновь объединять выделенные на каждой площадке инженерно-геологические элементы, сходные по физико-механическим свойствам (например, используя известные критерии сравнения средних значений показателей), рекомендуется лишь для близко расположенных площадок (с расстоянием не более 1 км).

2.6. В результате предварительной отработки экспериментальных данных формируется массив для дальнейшей статистической обработки. Прогнозируя какой-либо конкретный показатель механического свойства грунтов, удобно представлять этот массив в виде матрицы:

(1)

Здесь x_{ij} — результат определения i -го физического свойства на j -м образце; если проведено расчленение исходного массива информации (п. 2.3), то x_{ij} есть среднее арифметическое значение показателей i -го свойства в пределах j -го инженерно-геологического элемента:

(2)

y_j — соответствующие значения (индивидуальные или обобщенные) показателя механического свойства; n — число факторов-аргументов; m — число образцов (или число элементов); m_{ij} — число определений i -го физического свойства в пределах j -го элемента.

2.7. В случае перехода к обобщенным характеристикам грунтов необходимо сохранить для дальнейших вычислений (п. 5.2) величину так называемой внутрэлементной дисперсии фактора-функции:

(3)

где m_j — число определений механического свойства, а $\bar{y}_j$ и y_{ij} — соответственно среднее и частные значения показателя этого свойства в пределах j -го элемента.

3. ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ КОСВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ (ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОРОД)

3.1. Отбор информативных показателей физических свойств грунтов должен осуществляться как на основе геологических соображений (пп. 3.2—3.7), так и методами корреляционного анализа (пп. 3.9—3.12). Рациональное сочетание формальных методов и геологического подхода при подборе информативного набора показателей позволяет сократить время машинного счета и приводит к более эффективному результату.

3.2. Имеющийся опыт показывает, что все показатели физических свойств грунтов могут быть условно разделены на три группы, внутри которых они тесно скоррелированы между собой.

К первой относятся показатели плотности, являющиеся в известной мере характеристиками структуры породы: объемная масса γ скелета грунта, объемная масса γ_0 при естественной влажности, пористость n или коэффициент пористости e . Если грунт

находится в водонасыщенном состоянии (степень влажности близка к единице), сюда же следует отнести естественную влажность W .

Ко второй группе относятся показатели состава, или «глинистости» грунта: пределы W_P , W_L и число пластичности I_P , показатели грансостава, показатель консистенции I_L .

В тех случаях, когда грунт находится в состоянии неполного водонасыщения ($G < 0,8$), можно выделить третью группу — показатели влажности, к которым относятся естественная влажность W и степень влажности G .

3.3. Показатели свойств грунтов внутри каждой группы (как непосредственно определяемые, так и рассчитываемые) в известной мере дублируют друг друга, поэтому в рациональный набор аргументов прогнозирующего уравнения, как правило, целесообразно включать не более одного показателя из каждой группы. При прочих равных условиях предпочтение следует отдавать показателям, непосредственно определяемым в лаборатории.

3.4. Для глинистых водонасыщенных грунтов наиболее тесные связи прочностных показателей (по опыту исследований) наблюдаются с показателями второй группы (в частности, с содержанием глинистой фракции — например, для аллювия) и несколько менее тесные — с показателями первой группы.

3.5. Для глинистых неводонасыщенных грунтов или грунтов с переменной степенью влажности (например, лёссы) оптимальный набор показателей должен включать наряду с показателями первой и второй группы также степень влажности G или естественную влажность W .

3.6. Для песчаных грунтов прочностные и деформационные показатели наиболее тесно связаны с коэффициентом пористости при одновременном учете номенклатурного вида песка.

3.7. В необходимых случаях в качестве возможных аргументов прогнозирующих уравнений регрессии должны быть исследованы степень засоленности грунтов, содержание органического вещества и т. п.

3.8. Для предварительного визуального анализа степени и характера взаимосвязей между показателями целесообразно построение точечных графиков парных зависимостей прогнозируемого показателя от каждой из физических характеристик.

3.9. Формальное исследование информативности косвенных признаков основано на анализе парных и частных коэффициентов корреляции, характеризующих тесноту связи каждого из аргументов x_i с прогнозируемой характеристикой y .

3.10. Парные коэффициенты корреляции между индивидуальными значениями показателей вычисляются по формуле

$$r(x_i, x_l) = \frac{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{lj} - \bar{x}_l)}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \sum_{j=1}^m (x_{lj} - \bar{x}_l)^2}} \quad (i, l = 1 \div n), \quad (4)$$

где m — общее число параллельных определений показателей, а

$$\bar{x}_l = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{lj} \quad (i = 1 \div n). \quad (5)$$

Аналогично вычисляются и коэффициенты корреляции $r(x_i, y)$.

3.11. Парные коэффициенты корреляции между обобщенными характеристиками инженерно-геологических элементов вычисляются по формуле

$$r^*(x_l, x_i) = \frac{\sum_{j=1}^m m_j (\bar{x}_{lj} - \bar{x}_l) (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i)}{\sqrt{\sum_{j=1}^m m_j (\bar{x}_{lj} - \bar{x}_l)^2 \sum_{j=1}^m m_j (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i)^2}} \quad (6)$$

($i, l = 1, 2, \dots, n$; аналогичная формула справедлива и для $r^*(x_i, y)$). В формуле (6) средние поэлементные значения $\bar{x}_{ij}$ и $\bar{y}_j$ вычисляются по всем индивидуальным значениям показателей x и y , входящим в j -й элемент [формулы (2), (3)]; общие средние значения вычисляются по формуле

$$\bar{y} = \frac{1}{\sum_{j=1}^m m_j} \sum_{j=1}^m m_j \bar{y}_j; \quad \bar{x}_l = \frac{1}{\sum_{j=1}^m m_j} \sum_{j=1}^m m_j \bar{x}_{lj} \quad (i = 1 \div n). \quad (7)$$

Во всех случаях веса m_j в формулах (6) и (7) равны числу определений механического свойства y в пределах j -го элемента.

3.12. Важными характеристиками связи являются частные коэффициенты корреляции, характеризующие для любых двух показателей степень их зависимости, очищенной от влияния остальных показателей.

Для их вычисления рассматривается симметричная матрица парных коэффициентов корреляции:

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) & \dots & r(x_1, x_n) & r(x_1, y) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) & \dots & r(x_2, x_n) & r(x_2, y) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r(x_n, x_1) & r(x_n, x_2) & \dots & r(x_n, x_n) & r(x_n, y) \\ r(y, x_1) & r(y, x_2) & \dots & r(y, x_n) & r(y, y) \end{pmatrix}; \quad (8)$$

в случае обобщенных показателей элементами матрицы R являются величины r^* (6). Тогда частные коэффициенты корреляции $\rho(x_i, y)$ фактора x_i с функцией y вычисляются по формуле

$$\rho(x_i, y) = \frac{\|R^{(i, n+1)}\|}{\sqrt{\|R^{(i, i)}\| \cdot \|R^{(n+1, n+1)}\|}}, \quad (9)$$

где $\|R^{(i, j)}\|$ — минор матрицы R , получаемый после вычеркивания i -й строки и j -го столбца.

3.13. Выбор оптимального набора факторов-аргументов, как правило, осуществляется с применением ЭВМ в ходе построения прогнозирующего уравнения. Наиболее употребительные методы выбора описаны далее.

Если в используемой программе отсутствует формализованная процедура отбора информативных показателей, они могут быть выбраны на основе изучения и сопоставления величин парных и частных коэффициентов корреляции, рассчитанных автоматически или вручную.

3.14. Независимо от того, использовалась ли автоматизированная система отбора информативных показателей или они были выбраны на основе анализа парных и частных коэффициентов корреляции, полученный набор аргументов может быть откорректирован на основе содержательных соображений.

Например, если парные и частные коэффициенты корреляции нескольких факторов-аргументов с фактором-функцией в пределах одной группы (см. п. 3.2) имеют близкие выборочные значения, то допустимо выбрать в качестве аргумента уравнение регрессии любой из этих факторов, руководствуясь соображениями о точности их определения, увеличении объема массива исходных данных, стандартизации входа в таблицы и т. п.

Следует помнить, что окончательный выбор прогнозирующего уравнения может быть сделан только после процедуры «экзамена» (см. разд. 6). До этого момента рекомендуется рассматривать несколько различных уравнений, если они дают примерно одинаковую точность прогноза механической характеристики.

3.15. Наряду с показателями самих физических свойств аргументами прогнозирующего уравнения в принципе могут быть и их простейшие преобразования (логарифмы, степени, смешанные произведения и пр.), поэтому набор аргументов $X_1, X_2, \dots, X_p$ (см. разд. 4) может не совпадать с исходным набором показателей физических свойств $x_1, x_2, \dots, x_n$ (см. п. 2.6).

4. ВЫБОР И ПОСТРОЕНИЕ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ УРАВНЕНИЙ

4.1. Построение прогнозирующего уравнения для того или иного механического показателя, как правило, сводится к оценке параметров линейных зависимостей

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_p X_p, \quad (10)$$

где $Y, X_1, \dots, X_p$ — либо исходные показатели механического и нескольких физических свойств ($y, x_1, \dots, x_n$), либо простейшие преобразования этих показателей (например, логарифмы).

4.2. Выбор конкретного вида зависимости типа (10) осуществляется на основе предварительного анализа точечных корреляционных графиков либо путем пробной аппроксимации имеющихся данных кривыми разного вида с последующим сравнением качества прогноза. Как показывает опыт, непосредственная оценка параметров криволинейных зависимостей (в частности, полиномиальных) не вполне корректна, так как природная криволинейность зависимости тех или иных показателей, как правило, сопровождается изменчивостью остаточного разброса. Поэтому в таких случаях рекомендуется путем преобразования исходных факторов подбирать для аппроксимации возможно лучшие линейные зависимости типа (10).

4.3. Практика показывает, что применять преобразования исходных факторов чаще всего приходится при прогнозе модуля деформа-

ции (E) и удельного сцепления (c). В частности, удовлетворительное качество прогноза обычно дают уравнения вида:

$$\lg E = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n; \quad (11)$$

$$\lg c = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n, \quad (12)$$

где $x_1, \dots, x_n$ — исходные показатели физических свойств.

4.4. Для оценки параметров $a_0, a_1, \dots, a_p$ зависимости (10) применяется в той или иной модификации метод наименьших квадратов (МНК). Ниже в пп. 4.5—4.7 приводятся основные расчетные методы для построения зависимостей между индивидуальными значениями показателей с помощью традиционного МНК, в пп. 4.8—4.10 — методы построения зависимостей между обобщенными значениями показателей, для которых рекомендуется использовать взвешенный МНК. Все формулы приводятся в обычном и матричном виде. Использование матричной записи значительно упрощает алгоритм вычислений, однако для некоторых типов ЭВМ такие возможности ограничены размерами оперативной памяти и недостатками математического обеспечения.

4.5. При исследовании зависимостей между индивидуальными значениями показателей исходят из модели

$$Y_j = a_0 + a_1 X_{1j} + a_2 X_{2j} + \dots + a_p X_{pj} + \varepsilon_j, \quad (13)$$

где $j=1, 2, \dots, m$ — индекс индивидуальных значений (m — общее число параллельных определений показателей), ε_j — случайные ошибки, подчиняющиеся нормальному распределению, не зависящие от факторов-аргументов и друг от друга, $M\varepsilon_j \equiv 0$, $De_j \equiv \sigma^2$ (σ^2 — так называемая условная дисперсия показателя Y).

Для матричной записи этой модели удобно ввести матрицу независимых переменных X :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1m} & X_{2m} & \dots & X_{pm} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

а также вектор-столбец $\vec{Y}$ механического показателя с координатами Y_j ($j=1, 2, \dots, m$), вектор параметров $\vec{a}$ с координатами a_i ($i=0, 1, \dots, p$) и вектор ошибок $\vec{\varepsilon}$. Тогда уравнение (13) запишется так:

$$\vec{Y} = X\vec{a} + \vec{\varepsilon}. \quad (15)$$

4.6. Основное требование обычного МНК заключается в минимизации суммы квадратов расстояний от эмпирических точек $\{Y_j, X_{1j}, \dots, X_{pj}\}$ до прогнозирующей плоскости (10):

$$\sum_{j=1}^m [Y_j - a_0 - a_1 X_{1j} - \dots - a_p X_{pj}]^2 \Rightarrow \min. \quad (16)$$

Оценки $a_1, \dots, a_p$ параметров $a_1, \dots, a_p$, доставляющие минимум функционалу (16), являются корнями так называемой системы нормальных уравнений:

коэффициентами которой служат элементы симметричной матрицы K выборочных ковариаций

а также элементы столбца свободных членов

Поэтому величины α_i ($i=1, 2, \dots, p$) вычисляются по формуле

где $\|K\|$ — определитель матрицы K (18), а $\|K^{(i)}\|$ — определитель матрицы, которая получается из K после замены i -го столбца столбцом свободных членов $\vec{k}$ (19).

После этого оценка α_0 свободного члена зависимости (10) определяется по формуле

В матричной форме систему (17) можно записать в виде

где X^T — матрица, транспонированная к X , $\vec{a}$ — вектор-столбец оценок a_i ($i=0, 1, \dots, p$). Тогда МНК — оценка вектора $\vec{a}$ дается выражением

4.7. Оценкой условной дисперсии σ^2 является так называемая остаточная дисперсия

которая служит мерой качества аппроксимации исходных данных.

4.8. При построении уравнения связи между обобщенными характеристиками грунтов принимается следующая модель для обобщенных значений:

где $\bar{Y}_j, \bar{X}_{1j}, \dots, \bar{X}_{pj}$ — средние значения какого-либо из показателей механических свойств y и показателей физических свойств x_i (или их преобразований), полученные по всем индивидуальным зна-

чениям в пределах j -го инженерно-геологического элемента; δ_j подчиняются нормальному распределению, не зависят от факторов-аргументов и друг от друга $M\delta_j = 0$, $D\delta_j = \frac{\sigma^2}{m_j}$, где m_j — число определений показателя y в пределах j -го элемента.

Введя матрицу обобщенных показателей физических свойств X , вектор-столбец обобщенных механических показателей $\vec{Y}$ длины m , а также векторы $\vec{a}$ и $\vec{\delta}$ аналогично п. 4.5, модель (25) можно записать так:

$$\vec{Y} = X\vec{a} + \vec{\delta}. \quad (26)$$

4.9. Основное требование взвешенного МНК состоит в минимизации функционала

$$\sum_{j=1}^m m_j [\bar{Y}_j - a_0 - a_1 \bar{X}_{1j} - \dots - a_p \bar{X}_{pj}]^2 \Rightarrow \min. \quad (27)$$

Оценки $a_0, a_1, \dots, a_p$ параметров $a_0, a_1, \dots, a_p$, доставляющие минимум функционалу (27), определяются по формулам (20)–(21), с той разницей, что элементы ковариационной матрицы K и столбца $\vec{k}$ даются формулами:

$$k_{il} = \frac{1}{\sum_{j=1}^m m_j} \sum_{j=1}^m m_j (\bar{X}_{ij} - \bar{X}_i) (\bar{X}_{lj} - \bar{X}_l) \quad (i, l = 1 \div n), \quad (28)$$

$$k_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^m m_j} \sum_{j=1}^m m_j (\bar{X}_{ij} - \bar{X}_i) (\bar{Y}_j - \bar{Y}) \quad (i = 1 \div n), \quad (29)$$

а общие средние $\bar{Y}, \bar{X}_1, \dots, \bar{X}_p$ — формулой (7).

В матричной форме система нормальных уравнений имеет вид

$$X^T W X \vec{\alpha} = X^T W \vec{Y}, \quad (30)$$

где W — диагональная матрица:

$$W = \begin{pmatrix} m_1 & & & 0 \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_m \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Оценка вектора $\vec{a}$ дается выражением

$$\vec{\alpha} = (X^T W X)^{-1} X^T W \vec{Y}. \quad (32)$$

4.10. Мерой качества аппроксимации является величина остаточной дисперсии

$$s_1^2 = \frac{1}{m-p-1} \cdot \sum_{j=1}^m [\bar{Y}_j - a_0 - a_1 \bar{X}_{1j} - \dots - a_p \bar{X}_{pj}]^2. \quad (33)$$

4.11. Важным пунктом, во многом определяющим окончательный вид прогнозирующего уравнения, является использование критериев проверки статистической значимости зависимости в целом (общий F -критерий, п. 4.12) и каждого из аргументов в отдельности (частный F -критерий, п. 4.13). При построении таблиц нормативных характеристик проверка значимости результатов по этим критериям является необходимым условием использования построенных уравнений.

4.12. Для построения общего F -критерия необходимо вычислить величину

$$\varphi^2 = \sum_{j=1}^m (\hat{Y}_j - \bar{Y})^2, \quad (34)$$

$$\text{где } \hat{Y}_j = a_0 + a_1 X_{1j} + \dots + a_p X_{pj} \quad (j = 1 \div m) \quad (35)$$

суть прогнозные значения, получаемые по проверяемому уравнению для экспериментальных индивидуальных или обобщенных значений

аргументов $X_{1j}, \dots, X_{pj}$; $\bar{Y} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_j$ при обработке инди-

видуальных параллельных определений показателей или $\bar{Y} =$

$$= \frac{1}{\sum m_j} \sum_{j=1}^m m_j \bar{Y}_j \text{ — при обработке обобщенных параллельных}$$

определений показателей [см. обозначения по формулам (1)–(3)].

Для применения общего F -критерия необходимо, задавшись надежностью $(1-\alpha)\%$, найти односторонний $(1-\alpha)$ -процентный предел F -распределения с $\mu=p+1$ и $\nu=m-p-1$ степенями свободы (табл. 3, прил. 1 при $q=\alpha$), т. е. число $F_0(1-\alpha; \mu, \nu)$. Тогда, если отношение

$$F = \frac{\varphi^2}{s^2}, \quad (36)$$

где φ^2 вычисляется по формуле (34), а s^2 — остаточная дисперсия [формула (24) для индивидуальных или формула (33) для обобщенных показателей], удовлетворяет условию

$$F > F_0(1-\alpha; \mu, \nu), \quad (37)$$

то проверяемая зависимость статистически значима. В противном случае эта зависимость на выбранном уровне $(1-\alpha)\%$ незначима. Как правило, рекомендуется использовать общий F -критерий при $1-\alpha=90\%$.

4.13. Для построения частного F -критерия, проверяющего значимость каждого вводимого в зависимость (10) последнего аргумента X_p , необходимо наряду с величиной (34) иметь величину

$$\varphi_1^2 = \sum_{j=1}^m (\hat{Y}'_j - \bar{Y})^2, \quad (38)$$

где прогнозные значения $\hat{Y}'_j$ получены по уравнению

$$\hat{Y}'_j = a'_0 + a'_1 X_{1j} + \dots + a'_{p-1} X_{p-1, j},$$

построенному по изложенным в настоящей главе правилам без участия аргумента X_p . Для признания статистической значимости введения аргумента X_p в прогнозирующую зависимость необходимо выполнение условия

$$F' = \frac{\varphi^2 - \varphi_1^2}{s^2} > F'_0(1 - \alpha; \mu, \nu), \quad (40)$$

где $F'_0(1 - \alpha; \mu, \nu)$ — односторонний $(1 - \alpha)$ -процентный предел F -распределения с $\mu = 1$ и $\nu = m - p - 1$ степенями свободы (табл. 3, прил. 1, левые столбцы, $q = a$).

При использовании критерия (40) также обычно полагают $1 - \alpha = 90\%$.

Аналогичные критерии следует строить для проверки целесообразности введения в уравнение (10) каждого из аргументов.

4.14. В ходе автоматизированного построения прогнозирующих уравнений следует осуществлять ряд операций по определению оптимального набора аргументов. Эти операции производятся двумя наиболее употребительными методами: методом исключения аргументов (п. 4.15) и методом включения аргументов (п. 4.16).

4.15. Метод исключения переменных предусматривает расчет исходного уравнения регрессии с учетом всех заранее отобранных независимых переменных. Затем вычисляются частные F -критерии для оценки вкладов всех переменных. Если минимальное значение меньше порога $F_0(1 - \alpha; \mu, \nu)$, то соответствующая переменная исключается. Эта процедура повторяется до тех пор, пока вклад каждого независимого аргумента прогнозирующего уравнения не окажется значимым.

4.16. Метод включения построен на процедуре последовательного введения переменных в уравнение, что позволяет избежать обработки большего числа переменных, чем это необходимо.

Первым выбирается фактор-аргумент, имеющий максимальный коэффициент парной корреляции с фактором-функцией. В дальнейшем порядок включения (по очереди) оставшихся переменных определяется с помощью частного коэффициента корреляции как меры информативности признаков, еще не включенных в уравнение.

На каждой стадии вычисляется частный F -критерий, который показывает, вносит ли эта переменная значимый вклад в регрессию по сравнению с ранее введенными в уравнение. Если величина частного F -критерия оказывается незначимой, переменная в уравнение не включается.

Возможно, что какой-либо показатель, достаточно информативный на ранних стадиях, впоследствии может оказаться излишним за счет взаимосвязи его с другими переменными, дополнительно введенными в модель. В силу этого на каждой стадии необходимо производить перестановку и вычислять частный F -критерий для каж-

дой переменной, содержащейся в модели, как если бы она была введена последней. На основании такой проверки переменная, которая дает незначимый вклад, исключается из модели. Этот процесс продолжается до тех пор, пока модель не приобретет устойчивый вид и никакие переменные нельзя будет добавить или исключить из нее.

5. ПОСТРОЕНИЕ ТОЛЕРАНТНОГО ПРЕДЕЛА ДЛЯ ПРОГНОЗА РАСЧЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ

5.1. Для корректного прогноза расчетных характеристик механических свойств грунтов необходимо иметь уравнение регрессии вида (10), построенное в результате обработки обобщенных показателей, дающее прогноз нормативной характеристики фактора-функции. Кроме того, необходимо располагать экспериментальной величиной остаточной дисперсии s_1^2 (33), а также значением внутриэлементной дисперсии фактора-функции $s_{\text{вн}}^2$ (3), вычисленной для показателя Y .

5.2. В качестве расчетных характеристик принимаются толерантные пределы для поэлементных средних значений показателей свойств грунтов, которые строятся на основе остаточной (условной) дисперсии нормативных характеристик фактора-функции Y , оцениваемой по формуле

$$\hat{\sigma}_{\text{он}}^2 = s_1^2 - \frac{1}{m} s_{\text{вн}}^2, \quad (41)$$

где $\bar{m} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m m_j$ — среднее число определений механического показателя в инженерно-геологических элементах, представленных в исходной информации.

5.3. При малых истинных величинах условной дисперсии нормативных характеристик оценка (41) может быть ненадежной и даже (в силу случайных факторов) отрицательной. В этих случаях рекомендуется пользоваться гарантированной (завышенной) оценкой этой дисперсии, которая определяется по формуле

$$\hat{\sigma}_{\text{он}}^2 = s_1^2 - \frac{1}{m} s_{\text{вн}}^2 + \sqrt{8 \left[\frac{s_{\text{вн}}^4}{m \bar{m}^2 (\bar{m} - 1)} + \frac{s_1^4}{m - n - 1} \right]}. \quad (42)$$

Возможны также другие способы оценки этой дисперсии; все они основаны на исключении лишней внутриэлементной дисперсии механического показателя.

5.4. После получения оценки $\hat{\sigma}_{\text{он}}^2$ односторонний доверительный $(1-\alpha)$ -процентный толерантный предел строится по формуле

$$Y^*(X_1, \dots, X_p) = \hat{Y}(X_1, \dots, X_p) \pm t_{\alpha} \hat{\sigma}_{\text{он}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{m_0}}, \quad (43)$$

где $\hat{Y}$ — прогнозируемое значение нормативной характеристики, определяемое для данных значений аргументов по уравнению (10); t_α — односторонний (правый) $(1-\alpha)$ -процентный предел нормального распределения (табл. 1, прил. 1); m_0 — общее число определений механического показателя $\left(m_0 = \sum_{j=1}^m m_j \right)$.

Величина d^2 вычисляется в зависимости от числа независимых переменных. При $p=1$

$$d^2 = 1 + \frac{m_0 (X - \bar{X})^2}{\sum_{j=1}^m m_j (\bar{X}_j - \bar{X})^2}, \quad (44)$$

где $\bar{X}_j$ и $\bar{X}$ — соответственно элементные средние и общее среднее аргумента X в экспериментальном материале; при $p > 1$

$$d^2 = 1 + \frac{\sum_{i=1}^p \sum_{l=1}^p \|K^{(i,l)}\| (X_l - \bar{X}_l)(X_i - \bar{X}_i)}{\|K\|}, \quad (45)$$

где $\|K\|$ — определитель ковариационной матрицы (см. пп. 4.6, 4.9), а $\|K^{(i,l)}\|$ — алгебраическое дополнение элемента k_{il} этой матрицы.

В матричном виде величина d^2 при любом p определяется выражением

$$d^2 = \vec{X}^T (X^T W X)^{-1} \vec{X}, \quad (46)$$

где X и W — матрицы, упомянутые соответственно в пп. 4.8 и 4.9; $\vec{X}$ — вектор-столбец нормативных физических характеристик с координатами $X_0=1$, X_i ($i=1 \div p$).

6. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НАЙДЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ИХ ПРИМЕНИМОСТИ

6.1. Первостепенную важность для окончательной проверки зависимостей между свойствами грунтов имеет испытание параметров этих зависимостей на дополнительном (независимом) экспериментальном материале. Для этого с самого начала имеющиеся данные должны быть поделены на обучающую и экзаменационную выборку. Все процедуры, описанные в предыдущих главах, на первом этапе исследования относятся к обучающей части данных.

6.2. Процедуру экзамена найденных зависимостей можно спланировать двумя разными методами.

В одном случае как обучающая, так и экзаменационная выборка может быть представительной для всего изучаемого региона (экзаменационную выборку рекомендуется делать меньшей по объему). В этом случае регрессионное уравнение может быть рекомендовано для составления региональной таблицы, если выполняется ряд критериев, описанных в пп. 6.6—6.10.

6.3. В другом случае обучающая и экзаменационная выборки могут представлять разные субрегионы. К выделению субрегионов следует прибегать в том случае, когда исследователь имеет основания предполагать изменение оптимальных зависимостей (в частности, степени информативности тех или иных аргументов) при переходе от одного субрегиона к другому за счет разницы местных инженерно-геологических условий (например, степени водонасыщенности грунтов).

Целью экзамена в этом случае является установление области применимости найденных зависимостей. Если уравнение, построенное по одному субрегиону, выдерживает экзамен и на другом субрегионе, то его можно распространить на весь регион¹. Отрицательный исход экзамена означает, что найденную зависимость можно рекомендовать только для обучающего субрегиона (разумеется, после проверки ее устойчивости в пределах этого субрегиона).

6.4. Формально задача экзамена найденных зависимостей формулируется в терминах проверки гипотез о том, что параметры распределения тех или иных статистик, составленных на экзаменационном материале, не противоречат оценкам этих параметров, полученным в ходе обучения. Ниже в пп. 6.6—6.7 описаны критерии, специфичные для зависимостей между обобщенными, а в п. 6.8 — между индивидуальными значениями показателей; в п. 6.10 описан обобщенный критерий для проверки качества прогноза в части расчетных характеристик механических свойств грунтов.

6.5. Для составления экзаменационных статистик дополнительный экспериментальный материал подвергается той же предварительной обработке и представляется в том же виде, что и материалы обучения. Составляется матрица параллельных определений показателей

$$X' = \begin{bmatrix} X'_{11} X'_{21} \dots X'_{p1} Y'_1 \\ X'_{12} X'_{22} \dots X'_{p2} Y'_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ X'_{1m'} X'_{2m'} \dots X'_{pm'} Y'_{m'} \end{bmatrix}, \quad (47)$$

где m' — общее число параллельных определений в экзаменационной выборке (соответственно число инженерно-геологических элементов, представленных в экзаменационной выборке).

6.6. Приступая к экзамену зависимостей между обобщенными показателями, необходимо проверить совпадение внутриэлементной дисперсии механической характеристики в обучающей и экзаменационной выборках (43). Для того чтобы расхождение между величинами $s_{вн}^2$ и $s'_{вн}{}^2$ можно было считать незначимым при заданной надежности $(1-\alpha)\%$, должны выполняться одновременно два соотношения:

$$\frac{s_{вн}^2}{s'_{вн}{}^2} < F_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2}; \mu, \nu \right), \quad (48)$$

¹ С целью повышения точности прогноза в этом случае уравнение можно пересчитать, объединив обе выборки.

$$\frac{s_{\text{BH}}'^2}{s_{\text{BH}}^2} < F_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2}; \nu, \mu \right), \quad (49)$$

где $\mu = m_0 - m$ — число степеней свободы величины s_{BH}^2 , $\nu = m'_0 - m'$ — число степеней свободы величины $s_{\text{BH}}'^2$ $\left(m_0 = \sum_{j=1}^m m_j, m'_0 = \sum_{j=1}^{m'} m'_j \right)$. Величины в правых частях (48) и (49) берутся из прил. 1, табл. 3 $\left(q = \frac{\alpha}{2} \right)$.

6.7. Далее проверяется непротиворечие распределения выборочных средних значений показателей тем параметрам зависимости, которые получены в процессе обучения. Для этого составляются нормированные отклонения средних значений

$$\xi_j = \frac{\bar{Y}'_j - a_0 - a_1 \bar{X}'_{1j} - \dots - a_p \bar{X}'_{pj}}{\sqrt{s_1^2 + s_{\text{BH}}^2 / m'_j}} \quad (j = 1 \div m'), \quad (50)$$

где параметры $a_0, a_1, \dots, a_p, s_1^2, s_{\text{BH}}^2$ берутся по материалам обучения, а величины $\bar{Y}'_j, \bar{X}'_{1j}, \dots, \bar{X}'_{pj}$ — из экзаменационной выборки. Результат экзамена считается положительным (при заданной надежности $(1-\alpha)\%$, если выполняются следующие условия:

$$\left| \sum_{j=1}^{m'} \xi_j \right| / \sqrt{m'} < t \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right), \quad (51)$$

$$\chi_{m'}^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) < \sum_{j=1}^{m'} \xi_j^2 < \chi_{m'}^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right), \quad (52)$$

где $t(1-\frac{\alpha}{2}) - (1-\frac{\alpha}{2})$ -процентный предел нормального распределения (табл. 1, прил. 1, $q = \frac{\alpha}{2}$); $\chi_{m'}^2(\frac{\alpha}{2})$ и $\chi_{m'}^2(1-\frac{\alpha}{2})$ — соответственно $\frac{\alpha}{2}$ - и $(1-\frac{\alpha}{2})$ -процентные пределы распределения χ^2 с m' степенями свободы (табл. 2, прил. 1, в первом случае $q = 1 - \frac{\alpha}{2}$, во втором случае $q = \frac{\alpha}{2}$).

6.8. При экзамене зависимостей между индивидуальными значениями составляются нормированные отклонения

$$\eta_j = \frac{Y'_j - a_0 - a_1 X'_{1j} - \dots - a_p X'_{pj}}{s} \quad (j = 1 \div m'), \quad (53)$$

где $a_0, a_1, \dots, a_p, s$ — коэффициенты уравнения и остаточный стандарт по материалам обучения; Y_j', X_{ij}' — данные экзаменационной выборки. Результат экзамена считается положительным, если

$$\left| \sum_{j=1}^{m'} \eta_j \right| / \sqrt{m'} < t \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right), \quad (54)$$

$$\chi_{m'}^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) < \sum_{j=1}^{m'} \eta_j^2 < \chi_{m'}^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right). \quad (55)$$

6.9. Для критериев (48)–(49), (51)–(52) и (54)–(55), как правило, рекомендуется брать $1 - \alpha = 95\%$ (соответственно $1 - \frac{\alpha}{2} = 97,5\%$).

6.10. Обобщенная проверка качества прогноза производится в том случае, когда получены толерантные $(1 - \alpha)$ -процентные пределы для прогноза расчетных характеристик механических свойств грунтов (43). По каждому набору средних значений аргументов в экзаменационном материале $\{\bar{X}_{1j}', \dots, \bar{X}_{pj}'\}$ подсчитываются две доверительные границы для выборочных средних значений механического показателя:

$$Y_j^{(n)} = \hat{Y}(\bar{X}_{1j}', \dots, \bar{X}_{pj}') + t_\alpha \sqrt{\left(\hat{\sigma}_{\text{он}}^2 + \frac{s_{\text{вн}}^2}{m_j'} \right) \left(1 + \frac{d^2}{m_0} \right)}; \quad (56)$$

$$Y_j^{(n)} = \hat{Y}(\bar{X}_{1j}', \dots, \bar{X}_{pj}') - t_\alpha \sqrt{\left(\hat{\sigma}_{\text{он}}^2 + \frac{s_{\text{вн}}^2}{m_j'} \right) \left(1 + \frac{d^2}{m_0} \right)}, \quad (57)$$

где m_j' — число определений механического показателя в пределах j -го экзаменационного элемента.

Затем определяются величины

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & \text{если } Y_j^{(n)} < \bar{Y}_j' < Y_j^{(n)}, \\ 0 & \text{— в противном случае,} \end{cases}$$

и величина

$$\gamma = \left| \sum_{j=1}^{m'} \gamma_j - (1 - 2\alpha) m' \right| / \sqrt{2m' \alpha (1 - 2\alpha)}. \quad (58)$$

Результат экзамена считается положительным, если

$$\gamma < t \left(1 - \frac{\beta}{2} \right), \quad (59)$$

где $t \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) - \left(1 - \frac{\beta}{2} \right)$ -процентный предел нормального распределения (прил. 1, табл. 2, $q = \frac{\beta}{2}$).

6.11. Критерий (59) можно применять лишь при достаточно большом числе элементов информации m' в экзаменационном материале ($m' \geq 10$); при $m' < 25$ его можно применять для проверки только 85-процентных расчетных значений ($\alpha = 15\%$, $1 - \alpha = 85\%$), а при $m' \geq 25$ — также для проверки 95-процентных расчетных значений ($\alpha = 5\%$, $1 - \alpha = 95\%$).

Для критерия (59) рекомендуется брать $1 - \beta = 95\%$.

7. ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ

7.1. Уравнение, на основе которого составляются таблицы нормативных и расчетных значений прогнозируемого показателя, должно быть оптимальным в смысле выполнения всей совокупности требований, изложенных в разд. 3—6. Решающее значение для выбора того или иного уравнения имеет качество прогноза реальных нормативных характеристик, которое оценивается на независимом экспериментальном материале в ходе экзамена.

7.2. Как показывает опыт, формальные результаты и выводы, получаемые в ходе статистического исследования, иногда вступают в противоречие с ожидаемым характером зависимостей. Такое противоречие, как правило, объясняется спецификой обрабатываемого инженерно-геологического материала, статистические свойства которого не вполне соответствуют тем требованиям, которые обеспечивают оптимальность применяемых математических методов. Поэтому ниже (пп. 7.3—7.6) перечислены дополнительные соображения, позволяющие отобрать наиболее качественные и содержательные зависимости.

7.3. Большое влияние на характер получаемых результатов оказывает зависимость показателей физических свойств между собой. При формальном исследовании это влияние лучше всего исследовать путем анализа частных коэффициентов корреляции (п. 3.13) и частного F -критерия (п. 4.13). Наглядно этот эффект нередко проявляется в том, что остаточная дисперсия s^2 при введении дополнительных аргументов уменьшается крайне незначительно или даже увеличивается. Это в любом случае свидетельствует о нецелесообразности введения дополнительных аргументов.

7.4. Зависимостью между аргументами можно, как правило, объяснить и тот факт, что некоторые показатели физических свойств входят в прогнозирующие уравнения с коэффициентами противоположного знака (по сравнению с парными зависимостями между этим показателем и механической характеристикой). Такие уравнения не следует класть в основу таблиц и номограмм, хотя в общей процедуре выбора оптимального уравнения их автоматическая отбраковка может оказаться нецелесообразной.

7.5. Неформальными соображениями необходимо также пользоваться при определении диапазона аргументов, являющихся входами в таблицы. Границы изменения каждого показателя аргумента определяются имеющимися экспериментальными материалами. Не следует также давать прогноз механических характеристик при несовместимых (для данного комплекса) значениях аргументов (например, при относительно высоких показателях глинистости одновременно с низкой пористостью). Как правило, рекомендуется ориен-

тироваться на те наборы показателей-аргументов, которые представлены в экспериментальной выборке.

7.6. Результирующие показатели-аргументы (входы в таблицы), диапазоны их изменения и детальность их ранжирования на входах в таблицы для разных механических характеристик одного и того же регионального комплекса грунтов, вообще говоря, могут быть различными.

7.7. Детальность ранжирования того или иного физического показателя на входах таблицы определяется степенью влияния данного показателя на изменение механической характеристики. Как правило, входные значения на полях таблицы рекомендуется задавать в виде интервалов; при этом в соответствующей клетке таблицы следует приводить наиболее слабое прогнозное значение, соответствующее набору аргументов на концах данных интервалов. При наличии весьма существенной зависимости в большом диапазоне изменения аргументов можно также привести прогнозные характеристики для конкретных значений аргументов, сопроводив таблицу указанием на необходимость линейной интерполяции прогноза для промежуточных значений.

7.8. Удобной формой представления зависимости от одного аргумента являются графики нормативных и расчетных (для нескольких уровней надежности) значений механических характеристик. В случае зависимости от двух аргументов рекомендуется также строить номограммы для определения прогнозных характеристик по сериям кривых, представляющих зависимость этих характеристик от одного (более тесно связанного с данной функцией) физического показателя-аргумента при нескольких значениях другого аргумента.

7.9. В результирующих таблицах и номограммах должны как минимум содержаться:

а) прогноз нормативных значений механических характеристик по уравнениям типа (10);

б) прогноз расчетных значений механических показателей на 85-процентном и 95-процентном уровнях надежности [формула (43) соответственно при $\alpha = 15\%$, $\alpha = 5\%$].

7.10. Рекомендуется также предоставить возможность инженеру-геологу, пользующемуся таблицами, определять гарантированные значения функции на других уровнях надежности. Для этого достаточно в каждой клетке таблицы наряду с прогнозом среднего значения привести величину Δ , играющую роль стандарта прогноза. Такую таблицу следует сопроводить таблицей коэффициента t_{α} (пределов нормального распределения; см. табл. 1, прил. 1), позволяющей вычислять расчетные значения при заданных α . Величина Δ определяется по формуле

$$\Delta = \hat{\sigma}_{\text{он}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{m_0}} \quad (60)$$

[см. также формулу (43)].

8. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ

8.1. Помимо технических проблем перед составителями таблиц стоят также проблемы их официального утверждения. Для утверждения таблиц необходимо сопровождать их следующими материалами:

1. Описанием инженерно-геологических условий района с обоснованием выделения инженерно-геологических комплексов, для которых составлены отдельные таблицы. Исходным фактическим материалом (в виде, удобном для возможной проверки вычислений).

2. Графическими материалами, включающими:

а) гистограммы распределения физических и механических характеристик по использованным фактическим данным;

б) точечные графики парных зависимостей прогнозируемых механических характеристик от наиболее информативных физических характеристик.

3. Сведениями о методах определения характеристик свойств грунтов.

4. Сведениями о числе опытов, использованных для составления каждой таблицы, проценте исключенных значений, методике исключения.

5. Обоснованием величин поправочных коэффициентов (например, в случае составления таблиц модулей деформации по данным компрессионных испытаний).

6. Описанием используемой методики статистической обработки опытных данных с ссылкой на использованные опубликованные программы для ЭВМ. Если программа не опубликована, необходимо представить текст программы, инструкцию к ее использованию и исходный материал, набитый на перфокарты или ленту.

7. Результатами исследований, содержащими:

а) статистические критерии или величины коэффициентов корреляции, обосновывающие выбор наиболее информативных физических показателей и наилучших уравнений прогноза;

б) величины полученных дисперсий факторов-функций;

в) уравнения, принятые для составления таблиц;

г) величины доверительных интервалов при переходе к расчетным значениям характеристик.

8. Фактическим материалом для проведения экзамена, его описанием, результатами экзамена.

9. Сведениями об изменчивости физических характеристик грунтов региона в пределах инженерно-геологических элементов и рекомендациями о необходимом количестве определений физических характеристик-входов в таблицу.

10. Протоколом рассмотрения региональных таблиц научно-техническим советом организации-составителя.

8.2. На сегодняшний день очевидно, что построение региональных таблиц возможно только с использованием ЭВМ. В ПНИИИСе разработан комплекс программ построения структурных уравнений

для ЭВМ «Наирн-2» (прил. 4), положенный в основу настоящего Руководства, который наилучшим образом (в настоящий момент) решает задачу построения таблиц¹. Текст руководства позволяет не только использовать имеющуюся программу для ЭВМ «Наирн-2», но также и пересоставлять ее самостоятельно для любого вида ЭВМ.

8.3. Подробности алгоритмов математической обработки данных можно найти в пособиях по математической статистике, содержащихся в списке рекомендуемой литературы. В объединении Стройизыскания, институте Гидропроект и ряде других производственных и научно-исследовательских организаций разработаны программы построения уравнений множественной регрессии, которые могут быть с успехом применены при составлении региональных таблиц.

¹ В 1981 г. в ПНИИИСе завершается перевод этих программ на ЭВМ ЕС1022.

ТАБЛИЦЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В таблицах 1—3в приведены односторонние правые $1-q$ -процентные пределы статистических распределений, т. е. такие пределы z , что $P\{\xi < z\} = 1 - q$, где ξ — случайная величина.

В табл. 1 приведены пределы распределения Стьюдента с μ степенями свободы; последняя строчка содержит пределы стандартного нормального распределения $N(0,1)$ (с нулевым средним и единичной дисперсией). Пределы нормального распределения используются в формулах пп. 5.4, 6.10 и 7.11.

В табл. 2 приведены величины χ^2_{μ} — пределы распределения χ^2 Пирсона в зависимости от числа степеней свободы μ . Эти величины используются в процедуре экзамена уравнений регрессии (пп. 6.7—6.8).

Табл. 3а—в содержат пределы F -распределения Фишера — ве-

Таблица 1

Пределы распределения Стьюдента $t_{\mu}(1-q)$
и стандартного нормального распределения $t(1-q)$

μ	Величины t_{μ} при $1-q$					
	85%	92,5%	95%	97,5%	99%	99,5%
1	1,97	4,15	—	—	—	—
2	1,38	2,28	2,92	4,3	—	—
3	1,25	1,93	2,35	3,18	5,84	—
4	1,19	1,78	2,13	2,78	4,6	5,6
5	1,16	1,7	2,02	2,57	4,03	4,77
6	1,14	1,65	1,94	2,45	3,71	4,32
7	1,12	1,62	1,9	2,37	3,5	4,03
8	1,11	1,59	1,86	2,31	3,36	3,83
9	1,10	1,57	1,83	2,26	3,25	3,69
10	1,09	1,56	1,81	2,23	3,17	3,58
12	1,08	1,54	1,78	2,18	3,06	3,43
14	1,07	1,52	1,76	2,15	2,98	3,33
16	1,07	1,51	1,75	2,12	2,92	3,25
18	1,07	1,5	1,73	2,1	2,88	3,19
20	1,06	1,5	1,73	2,09	2,85	3,15
22	1,06	1,49	1,72	2,07	2,82	3,12
24	1,06	1,49	1,71	2,06	2,8	3,09
26	1,06	1,49	1,71	2,06	2,78	3,07
28	1,06	1,48	1,7	2,05	2,76	3,05
30	1,05	1,48	1,7	2,04	2,75	4,03
$t(1-q)$	1,04	1,44	1,65	1,96	2,58	2,81

личины $F_0(1-q, \mu, \nu)$ — в зависимости от числа степеней свободы μ, ν . Эти величины используются в формулах пп. 4.12—4.13 и 6.6—6.8.

Таблица 2

Пределы $\chi^2_\mu (1-q)$

μ	Величины χ^2_μ при $1-q$					
	2,5%	5%	7,5%	92,5%	95%	97,5%
3	0,216	0,352	0,468	7,03	7,81	9,35
5	0,831	1,15	1,38	10,2	11,1	12,8
7	1,69	2,17	2,5	13,1	14,1	16
9	2,7	3,33	3,75	15,8	16,9	19
11	3,82	4,57	5,07	18,5	19,7	21,9
13	5,01	5,89	6,46	21,1	22,4	24,7
15	6,26	7,26	7,9	23,7	25	27,5
18	8,23	9,39	10,14	27,5	28,9	31,5
21	10,3	11,6	12,4	31,22	32,7	35,5
24	12,4	13,8	14,7	34,8	36,4	39,4
27	14,6	16,2	17,1	38,4	40,1	43,2
30	16,8	18,5	19,5	42,1	43,8	47
35	20,6	22,5	23,6	48	49,8	53,2
40	24,4	26,5	27,8	53,8	55,8	58,3
45	28,4	30,6	32	59,6	61,7	65,4
50	32,4	34,8	36,8	65,3	67,5	71,4

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РЕКОМЕНДУЕМАЯ МЕТОДИКА РАСЧЛЕНЕНИЯ
НЕОДНОРОДНЫХ ВЫБОРОК

1. При выделении инженерно-геологических элементов на участках изысканий необходимо исследовать изменчивость основных физико-механических свойств грунтов в плане и по разрезу. Цель настоящего приложения — снабдить инженера-геолога методикой статистической обработки неоднородных выборок показателей свойств грунтов на больших площадках изысканий, на которых сеть опробования достаточно развита во всех трех измерениях. Предлагаемой обработке следует подвергать выборки показателей естественной влажности и коэффициента пористости, а в необходимых случаях — показателей пластичности и гранулометрического состава (каждая выборка обрабатывается в отдельности).

2. В основе решения поставленной задачи лежит известная в математической статистике методика выделения однородных компонентов из смеси нормальных распределений. Предполагается, что каждый из исследуемых показателей x в пределах макроскопически неоднородного массива горных пород подчиняется распределению с плотностью вероятности

Критические значения $F_0(1-q; \mu, \nu)$
 $q = 0,1$

ν	Величины F_0 при μ								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	39,864	49,5	53,593	55,833	57,241	58,204	58,906	59,439	59,858
2	8,526	9	9,162	9,243	9,293	9,326	9,349	9,367	9,381
3	5,538	5,462	5,391	5,343	5,309	5,266	5,232	5,232	5,24
4	4,545	4,325	4,191	4,107	4,051	4,01	3,979	3,955	3,936
5	4,06	3,78	3,22	4,52	3,453	3,405	3,368	3,339	3,316
6	3,776	3,463	3,289	3,181	3,108	3,055	3,015	2,983	2,958
7	3,589	3,257	3,074	2,961	2,883	2,827	2,785	2,752	2,725
8	3,458	3,113	2,924	2,806	2,727	2,668	2,624	2,589	2,561
9	3,36	3,007	2,813	2,693	2,611	2,551	2,505	2,469	2,44
10	3,285	2,925	2,728	2,605	2,522	2,461	2,414	2,377	2,347
12	3,177	2,807	2,606	2,48	2,394	2,331	2,283	2,245	2,214
15	3,073	2,695	2,49	2,361	2,273	2,208	2,158	2,119	2,086
20	2,975	2,589	2,38	2,249	2,158	2,091	2,04	1,999	1,965
24	2,927	2,327	2,195	2,103	2,035	1,983	1,941	1,941	1,906
30	2,881	2,489	2,276	2,142	2,049	1,98	1,927	1,884	1,849
40	2,835	3,44	2,226	2,091	1,997	1,927	1,873	1,829	1,793
60	2,791	2,393	2,177	2,041	1,946	1,875	1,819	1,775	1,738
120	2,748	2,347	2,13	1,992	1,896	1,824	1,768	1,722	1,684
∞	2,706	2,303	2,084	1,945	1,847	1,774	1,717	1,67	1,632

v	Величины F_v при μ									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	60,195	60,705	61,22	61,74	62,002	62,265	62,529	62,794	63,061	63,328
2	9,392	9,408	9,425	9,441	9,45	9,458	9,466	9,475	9,483	9,491
3	5,23	5,216	5,200	5,185	5,176	5,168	5,16	5,151	5,143	5,134
4	3,92	3,896	3,869	3,844	3,831	3,817	3,804	3,79	3,775	3,761
5	3,27	3,268	4,238	3,207	3,191	3,174	3,157	3,14	3,123	3,105
6	2,937	2,905	2,871	2,836	2,818	2,8	2,781	2,762	2,742	2,722
7	2,703	2,668	2,623	2,595	2,575	2,556	2,514	2,493	2,293	2,471
8	2,538	2,502	2,461	2,425	2,404	2,383	2,361	2,339	2,316	2,293
9	2,416	2,379	2,34	2,298	2,277	2,255	2,232	2,209	1,184	2,159
10	2,322	2,284	2,244	2,201	2,178	2,155	2,132	2,107	2,082	2,055
12	2,188	2,147	2,104	2,06	2,036	2,012	1,986	1,96	1,932	1,904
15	2,059	2,017	1,972	1,924	1,899	1,873	1,845	1,817	1,787	1,755
20	1,937	1,982	1,845	1,994	1,767	1,738	1,708	1,677	1,643	1,607
24	1,878	1,832	1,783	1,73	1,702	1,672	1,641	1,607	1,572	1,533
30	1,82	1,773	1,722	1,667	1,638	1,607	1,573	1,538	1,499	1,456
40	1,763	1,715	1,662	1,605	1,574	1,541	1,506	1,467	1,425	1,377
60	1,707	1,657	1,603	1,544	1,511	1,476	1,437	1,395	1,348	1,292
120	1,652	1,601	1,545	1,482	1,447	1,409	1,368	1,32	1,265	1,193
∞	1,599	1,546	1,487	1,421	1,383	1,342	1,295	1,24	1,169	1

Критические значения $F_0(1-q; \mu, \nu)$
 $q = 0,05$

ν	Величины F_0 при μ								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234	236,8	238,9	240,5
2	18,5	19	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,8	8,8
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,1	6	6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,0	5	4,9	4,8	4,8
6	6	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,1
7	5,6	4,7	4,3	4,1	4	3,9	3,8	3,7	3,7
8	5,3	4,5	4,1	4,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2
10	5	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,1	3
12	4,7	3,9	3,5	3,3	3,1	3	2,9	2,8	2,8
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4
24	4,3	3,4	3	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2
40	4,1	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1
60	4	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2
120	3,9	3,1	2,7	2,4	2,3	2,2	2,1	2	2
∞	3,8	3	2,6	2,4	2,2	2,1	2	1,9	1,9

Продолжение табл. 36

ν	Величины F_0 при μ									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	241,9	243,9	246	248	249	250	251,1	252,2	253,2	254,3
2	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	8,8	8,7	8,7	8,7	8,6	8,6	8,6	8,6	8,5	8,5
4	6	5,9	5,9	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	5,7	5,6
5	4,7	4,7	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4
6	4,1	4	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7
7	3,6	3,6	3,5	3,4	4,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,2
8	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3	3	3	2,9
9	3,1	3,1	3	2,9	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7
10	3	2,9	2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,5
12	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3
15	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1
20	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2	2	1,9	1,9	1,8
24	2,3	2,2	2,1	2	2	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7
30	2,2	2,1	2	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6
40	2,1	2	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5
60	2	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4
120	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3
∞	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1

Критические значения F_0 ($1-q; \mu, \nu$)
 $q = 0,025$

ν	Величины F_0 при μ								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,7	963,3
2	38,5	39	39	39,2	39,3	39,3	39,3	39,4	39,4
3	17,4	16	16,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5	14,5
4	12,2	10,6	10	9,6	9,4	9,2	9,1	9	8,9
5	10	8,4	7,8	7,4	7,1	7	6,9	6,8	6,7
6	8,8	7,3	6,6	6,2	6	5,8	5,7	5,6	5,5
7	8,1	6,5	5,9	5,5	5,3	5,1	5	4,9	4,8
8	7,6	6,1	5,4	5,1	4,8	4,7	4,5	4,4	4,4
9	7,2	5,7	5,1	4,7	4,5	4,3	4,2	4,1	4
10	6,9	5,5	4,8	4,5	4,2	4,1	4	3,9	3,8
12	6,6	5,1	4,5	4,1	3,9	3,7	3,6	3,5	3,4
15	6,2	4,8	4,2	3,8	3,6	3,4	3,3	3,2	3,1
20	5,9	4,5	3,9	3,5	3,3	3,1	3	2,9	2,8
24	5,7	4,3	3,7	3,4	3,2	3	2,9	2,8	2,7
30	5,6	4,2	3,6	3,2	3	2,9	2,7	2,7	2,6
40	5,4	4,1	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5
60	5,3	3,9	3,3	3	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3
120	5,2	3,8	3,2	2,9	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2
∞	5	3,7	3,1	3,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,1

Продолжение табл. 3в

ν	Величины F_0 при μ									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	968,6	976,7	984,9	993,1	997,2	1001,4	1005,6	1009,8	1014,0	1018,3
2	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5	39,5	39,5	39,5	39,5
3	14,4	14,3	14,3	14,2	14,1	14,1	14	14	13,9	13,9
4	8,8	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3
5	6,6	6,5	6,4	6,3	6,3	6,2	6,2	6,1	6,1	6
6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,1	5	5	4,9	4,8
7	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,4	4,3	4,3	4,2	4,1
8	4,3	4,2	4,1	4	3,9	3,9	3,8	3,8	3,7	3,7
9	4	3,9	3,8	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3
10	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,1
12	3,4	3,3	3,2	3	3	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7
15	3,1	3	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,4
20	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,1
24	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2	1,9
30	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2	1,9	1,9	1,8
40	2,4	2,3	2,2	2,1	2	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6
60	2,3	2,2	2,1	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5
120	2,2	2,1	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3
∞	2	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,1

$$f(x) = \sum_{r=1}^R \frac{p_r}{\sqrt{2\pi} \sigma_r} e^{-\frac{(x-a_r)^2}{2\sigma_r^2}}, \quad (1)$$

где R — число однородных компонентов в смеси,
 a_r — математическое ожидание показателя,
 σ_r^2 — дисперсия показателя,
 p_r — вес компонента. $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} r=1, 2, \dots, R$

При этом $\sum_{r=1}^R p_r = 1$.

3. Для решения задачи строится гистограмма исходной выборки: весь диапазон изменения показателя x разбивается на m равных интервалов длины Δ , после чего значение гистограммы в пределах j -го интервала полагается равным

$$g_j = g(x_j) = n_j \quad (j = 1 \div m), \quad (2)$$

где n_j — число значений показателя x из исходной выборки, попавших в j -й интервал; x_j — середина j -го интервала.

4. Далее строится вспомогательная функция

$$l_j = l(x_j) = \ln g(x_{j+1}) - \ln g(x_j) \quad (j = 1 \div m-1) \quad (3)$$

(для тех x_j , для которых эта функция определена). Разыскиваются промежутки монотонного убывания функции $l(x_j)$ (при возрастании индекса j). Количество R однородных компонентов в смеси равно количеству этих промежутков убывания. Каждый из этих промежутков охватывает несколько подряд идущих интервалов $\{x_{j_r}, x_{j_r+1}, \dots, x_{j_r+m_r}\}$. В пределах этого диапазона убывание функции $l(x_j)$ аппроксимируется линейной функцией

$$\hat{l}_r(x) = \hat{\alpha}_r x + \hat{\beta}_r. \quad (4)$$

5. Оценки математических ожиданий, дисперсий и весов однородных компонентов определяются по формулам:

$$\hat{a}_r = -\frac{\hat{\beta}_r}{\hat{\alpha}_r} + \frac{\Delta}{2}, \quad (5)$$

$$\hat{\sigma}_r^2 = -\frac{\Delta}{\hat{\alpha}_r} - \frac{\Delta^2}{12}, \quad (6)$$

$$\hat{p}_r = \frac{g(\hat{a}_r) \hat{\sigma}_r}{\sum_{r=1}^R g(\hat{a}_r) \hat{\sigma}_r}. \quad (7)$$

6. Классификация индивидуальных значений x_i ($i=1, 2, \dots, n$) в исходной выборке с учетом полученного количества классов R и их параметров $\hat{a}_r, \hat{\sigma}_r^2, \hat{p}_r$ ($r=1, 2, \dots, R$) осуществляется из сообра-

жений минимизации риска: значение x_i относится к классу с математическим ожиданием $\hat{\sigma}_{r_0}^2$ и дисперсией $\hat{\sigma}_{r_0}$, если

$$p_{r_0} \hat{f}_{r_0}(x_i) = \max_{1 \leq r \leq R} \{p_r \hat{f}_r(x_i)\}, \quad (8)$$

где $\hat{f}_r(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{\sigma}_r} \exp \left\{ -\frac{(x_i - a_r)^2}{2\hat{\sigma}_r^2} \right\}$ — плотность «чистого» нормального распределения ($r=1, 2, \dots, R$).

7. В ходе автоматизации изложенной выше методики расчленения неоднородных выборок все моменты этой методики необходимо формализовать. В частности, программа для ЭВМ «Наири-2», разработанная в ПНИИСе, выполняет нижеследующие специфические операции.

Предусмотрена возможность построения ряда гистограмм для разных m и Δ , а при каждом m — также ряда гистограмм с разными положениями концов интервалов. Это позволяет пользователю выбрать для дальнейшей обработки гистограмму, которая, с его точки зрения, наилучшим образом отражает статистические свойства выборки.

Разработан ряд критериев по исключению случайных, несущественных промежутков убывания функции $l(x_j)$. Эти критерии в известной степени моделируют действия исследователя-статистика, выделяющего промежутки убывания на глаз.

Аппроксимация промежутков убывания (см. п. 4) производится взвешенным методом наименьших квадратов с весами, пропорциональными наблюдаемым частотам величин x_j .

Предусмотрено также выделение в отдельные классы небольших групп, резко отличающихся значений и ряд других моментов. Остальные вычисления производятся в соответствии с формулами (2) — (8).

После оценки параметров a_r , $\hat{\sigma}_r^2$ и p_r производится осреднение дисперсий компонент по формуле

$$\hat{\sigma}_{\text{ср}}^2 = \sum_{r=1}^R p_r \hat{\sigma}_r^2. \quad (9)$$

8. В результате обработки выборок по нескольким физическим показателям каждой пробе сопоставляется (наряду с действительными значениями определенных в этой пробе свойств) набор **условных номеров** классов, к которым отнесена данная проба по каждому из показателей. Эти наборы образуют коды, дающие в сжатой форме характеристику свойств грунта в отобранных пробах.

9. После этого необходимо обратиться к карте расположения выработок и разрезам и объединить в инженерно-геологические элементы соседние пробы с совпадающими или близкими кодами. Эта процедура плохо поддается формализации и поэтому проводится вручную. Как правило, здесь исследователю помогают дополнительные сведения о форме залегания литологических разностей, грунтовых вод и т. п.

10. В ходе проведения границ необходимо также учитывать тот факт, что классификация по правилу (8) указывает всего лишь

на максимальное правдоподобное отнесение данного индивидуального значения x_i к тому или иному классу. В действительности нормальные компоненты в смеси (1) пересекаются, зачастую по весьма широкому диапазонам значений. Поэтому для каждой пробы следует предусмотреть возможность ее переноса в один из соседних компонентов, если такой перенос будет напрашиваться из рассмотрения соседних проб. Для осуществления этих операций удобно для каждого из выделенных компонентов заранее выписать границы $\hat{a}_r \pm \hat{\sigma}_r$, $\hat{a}_r \pm 2\hat{\sigma}_r$ и $\hat{a}_r \pm 3\hat{\sigma}_r$, в пределах которых индивидуальные значения могут быть отнесены (с разной степенью достоверности) к данному компоненту, если даже правило (8) отнесло их к другому компоненту.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ПРИМЕР СОСТАВЛЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ТАБЛИЦЫ

Техническую реализацию изложенных в настоящем Руководстве процедур проиллюстрируем (в несколько сокращенном виде) на примере обработки данных инженерно-геологического опробования в районе г. Пярну. Основанием большинства сооружений здесь служит толща слабых четвертичных ленточных глин с высокой степенью неоднородности основных показателей (естественная влажность $W=0,2 \div 1$, коэффициент пористости $e=1,0 \div 2,5$). Оценивалась зависимость коэффициента относительной сжимаемости a , полученного в ходе одометрических испытаний в интервале давлений от 0 до 1 кгс/см², от ряда показателей физических свойств. Данные обрабатывались с помощью комплекса программ для ЭВМ «Напри-2» (прил. 4). Эти данные содержали 211 определений коэффициента сжимаемости ($m_0=211$) и 302 определения физических свойств.

При выделении инженерно-геологических элементов исследовалась неоднородность распределения основного классификационного показателя ленточных глин — естественной влажности W . С помощью методики прил. 2 исследовалась общая выборка этого показателя (302 определения). После этого на каждой площадке изысканий, представленной в экспериментальном материале, отыскивались инженерно-геологические элементы, отвечающие тем или иным из выделенных классов.

На рис. 1,а изображена гистограмма общей выборки. На рис. 1,б виден точечный график функции $l(x_j)$ (см. п. 4, прил. 2), на котором после автоматизированного анализа были выделены три промежутка убывания $\{x_2 \div x_7\}$, $\{x_9 \div x_{10}\}$ и $\{x_{11} \div x_{16}\}$ (нарушения убывания в точках x_8 и x_{15} были признаны случайными). Кроме того, в отдельный элемент выделены два индивидуальных значения $W > 95\%$. Найденные промежутки убывания аппроксимированы следующими прямыми:

$$\begin{cases} \hat{l}_1(x) = -0,037x + 1,611, \\ \hat{l}_2(x) = -0,029x + 1,767, \\ \hat{l}_3(x) = -0,089x + 6,394. \end{cases} \quad (1)$$

Расчеты параметров компонентов по формулам (5)—(7) прил. 2 дали следующие результаты, приведенные в табл. 1.

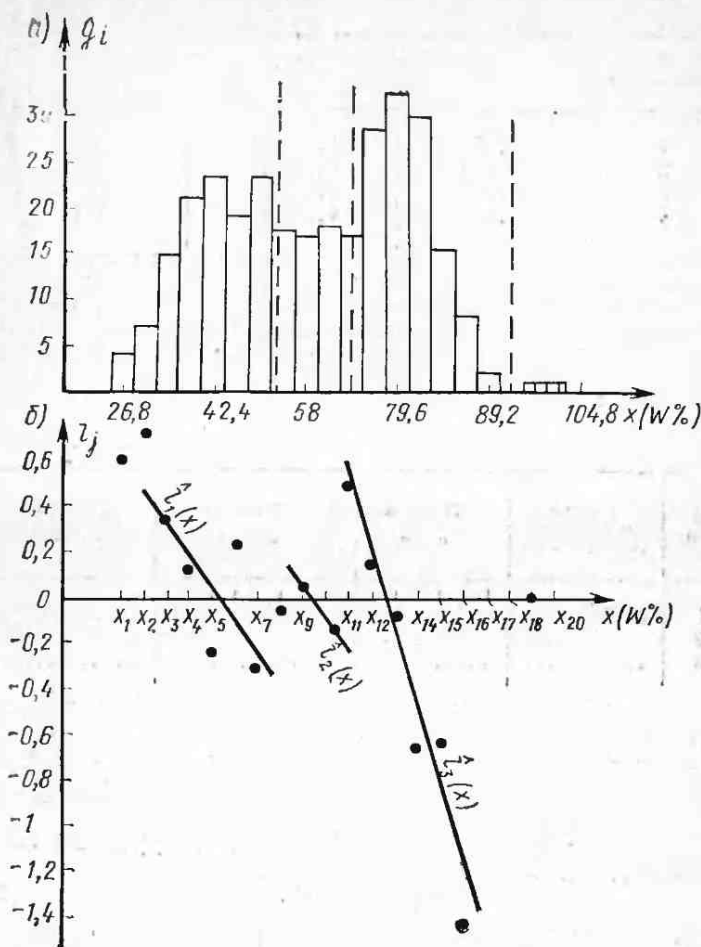


Рис. 1. Выделение однородных компонентов в неоднородной выборке показателя естественной влажности ленточных глин

Отметим, что для небольших, резко выделяющихся компонентов (например, 4-й компонент в табл. 1) параметры $\hat{a}_r$, $\hat{\sigma}_r^2$ и $\hat{\rho}_r$ оцениваются прикидочно. В табл. 2 для первых трех компонентов приведены классификационные границы по критерию (8, прил. 2), а также границы, служащие для альтернативной классификации индивидуальных значений (см. п. 10 прил. 2).

На рис. 2 изображен типичный разрез на одной из площадок изысканий, представленных в экспериментальном материале. Каждой точке опробования свойств ленточных глин поставлен в соот-

Таблица 1

№ компонента r	$\hat{a}_r$	$\hat{\sigma}_r^2$	$\hat{p}_r$
1	0,453	0,010368	0,31
2	0,619	0,013178	0,34
3	0,736	0,004244	0,34
4	0,989	0,00038	0,01

ветствие код, отражающий результаты исследования статистической неоднородности показателя W : указан номер компонента, к которому данное значение отнесено по критерию (8, прил. 2), а за ним в скобках на трех позициях — номера других компонентов, для которых данное значение попадает соответственно в одно-, двух- и трехсигмовые границы (см. табл. 2). В результате рассмотрения этих кодов в толще ленточных глин на данной площадке выделяют-ся три инженерно-геологических элемента.

Таблица 2

№ п/п	Границы по критерию [(8) прил. 2]	Границы $\hat{a}_r \pm \sigma_r$	Границы $\hat{a}_r \pm 2\sigma_r$	Границы $\hat{a}_r \pm 3\sigma_r$
1	0,250 ÷ 0,53	0,352 ÷ 0,554	0,251 ÷ 0,655	0,150 ÷ 0,756
2	0,531 ÷ 0,66	0,504 ÷ 0,734	0,389 ÷ 0,849	0,274 ÷ 0,964
3	0,661 ÷ 0,90	0,671 ÷ 0,801	0,606 ÷ 0,866	0,541 ÷ 0,931

Всего на участках изысканий было выделено 34 инженерно-геологических элемента ($m=34$). В соответствии с этим массив исходных данных был разбит на 34 элемента, по которым были вычислены средние значения показателей (приведены в табл. 3). Данные по элементам с 1-го по 25-й составили обучающую выборку, остальные — экзаменационную.

Вычисление внутриэлементной дисперсии коэффициента сжимаемости [формула (3) разд. 2] дало оценку

$$s_{\text{вн}}^2 = 0,006742. \quad (2)$$

В качестве аргументов регрессионных уравнений были выбраны показатели коэффициента пористости e и двух пределов пластичности W_P и W_L . Парные графики зависимости между обобщенными значениями этих показателей изображены на рис. 3 и 4.

В ходе автоматической обработки были получены несколько линейных уравнений между обобщенными значениями показателей для прогноза коэффициента сжимаемости, а также характеристики остаточного разброса нормативных значений a [формулы (33) разд. 4 и (42) разд. 5]. Рассмотрим несколько уравнений с минимальными характеристиками разброса:

$$a = -0,0057I_p + 0,1495e + 0,0685 \quad (3)$$

$$s_1^2 = 0,001555,$$

$$\hat{\sigma}_{\text{он}}^2 = 0,000566;$$

Рис. 2. Расчеты
толщи ленточ-
ных глин на одной
из площадок по
условным обозна-
чениям:

1 — почвенный слой;
2 — покровные отло-
жения Q_{IV} ; 3 — лен-
точные глины 1-й
 Q_{III-IV} ; 4 — техни-
ческие выработки и
точки отбора проб;
5 — индивидуальные
значения показателя
естественной влажно-
сти; 6 — колл., содер-
жащие результаты
статистического рас-
членения; 7 — грани-
цы выделенных ин-
женерно-геологиче-
ских элементов; 8 —
условные номера вы-
деленных элементов

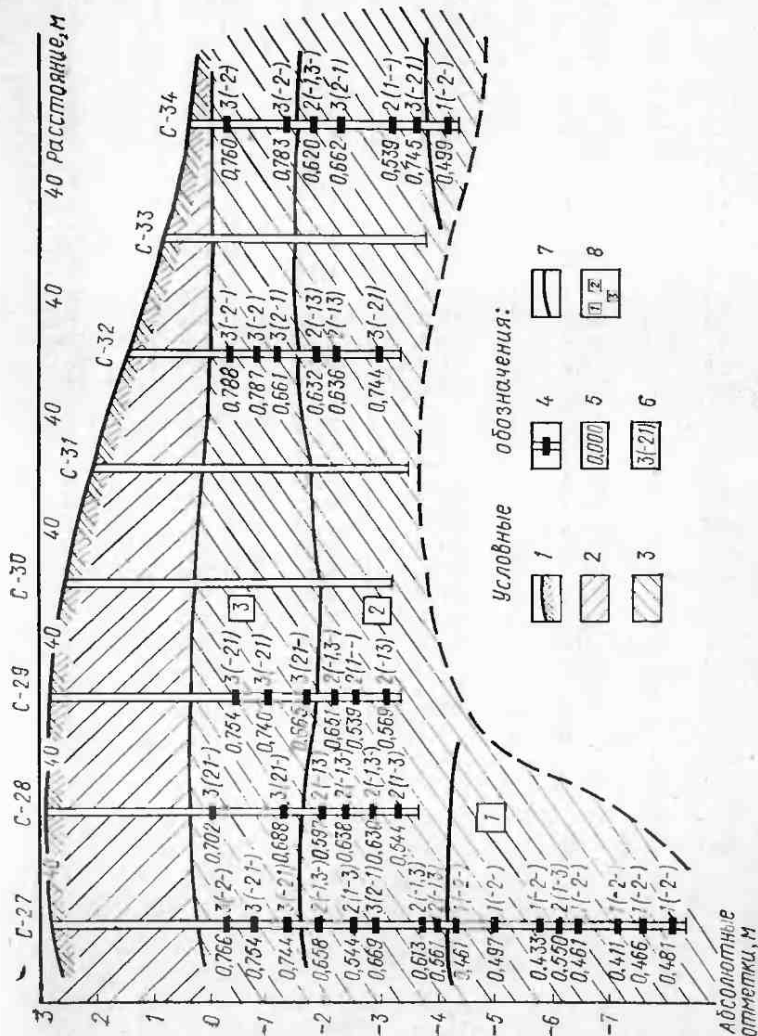


Таблица 3

№ элемента	w_L	w_P	e	a	Число определений a
1	48	27,1	1,91	0,308	2
2	39,6	24,4	1,32	0,18	13
3	59,2	35,1	2,09	0,226	11
4	39	24,4	1,44	0,142	6
5	47,8	29,4	1,86	0,299	6
6	43	25,5	1,41	0,232	12
7	54,5	33,5	2,02	0,278	13
8	55,3	32,6	2	0,191	3
9	42,7	27	1,5	0,166	7
10	56,1	34,7	1,93	0,321	4
11	44,1	26,8	1,62	0,216	8
12	38	26,1	1,18	0,152	6
13	43,9	26,9	1,45	0,167	6
14	37,7	25,1	1,27	0,154	3
15	53	29,2	1,69	0,215	9
16	37,9	21,6	1,18	0,154	7
17	30,6	19,9	0,86	0,136	11
18	57,8	32,2	2,22	0,229	10
19	56,7	34,4	2,16	0,275	13
20	37,9	22,5	1,19	0,143	8
21	57,9	30,5	2,06	0,232	8
22	48,8	27,7	1,73	0,19	3
23	63,1	36,8	2,11	0,18	4
24	57,2	30,7	2,2	0,183	6
25	48,4	25,8	1,95	0,247	2
26	58,8	36,3	2,11	0,26	3
27	65,5	35,8	2,4	0,261	2
28	59,2	31,7	2,18	0,23	3
29	61,2	32,7	2,12	0,305	1
30	51,3	25,8	1,99	0,314	4
31	35,5	20,9	0,93	0,153	4
32	55,7	27,4	2,09	0,315	2
33	48,8	28	1,44	0,218	4
34	51,6	29,4	1,81	0,31	7

$$a = 0,0882e + 0,0614 \quad (4)$$

$$s_1^2 = 0,001657,$$

$$\hat{\sigma}_{\text{сн}}^2 = 0,000647;$$

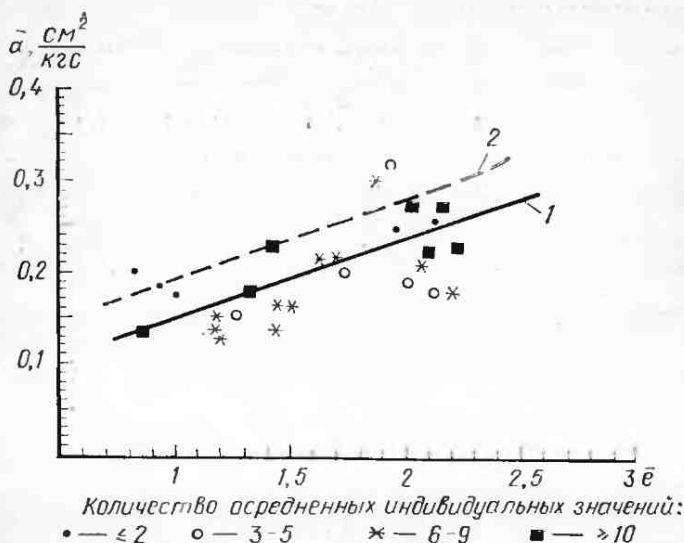


Рис. 3. Зависимость между показателями коэффициента сжимаемости ленточных глин

1 — прямая регрессии для прогноза нормативных показателей; 2 — верхний толерантный предел для прогноза 85-процентных расчетных показателей

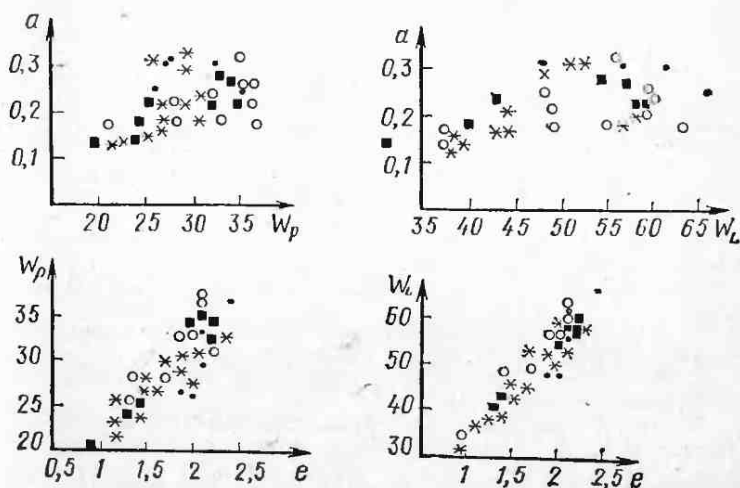


Рис. 4. Парные зависимости между показателями свойств ленточных глин (обозначения см. на рис. 3).

a	Коэффициент						
	0,875	1	1,125	1,25	1,375	1,5	1,625
a^H	0,138	0,15	0,161	0,172	0,183	0,194	0,205
Δ	0,02654	0,02653	0,02653	0,02653	0,02653	0,02652	0,02652
$a^P(85\%)$	0,165	0,176	0,187	0,198	0,209	0,22	0,231
$a^P(95\%)$	0,18	0,191	0,203	0,214	0,225	0,236	0,247

Примечания: 1. При промежуточных значениях e прогнозные
 2. Расчетные значения на других уровнях надежности определены
 где a^H и Δ берутся из табл. 4, а коэффициент f_a — из табл. 1

$$a = -0,00217W_L + 0,1345e + 0,0873 \quad (5)$$

$$s_1^2 = 0,001662,$$

$$\hat{\sigma}_{OH}^2 = 0,000673;$$

$$a = 0,0034W_P + 0,0523e + 0,0257 \quad (6)$$

$$s_1^2 = 0,001792,$$

$$\hat{\sigma}_{OH}^2 = 0,000803.$$

Видно, что в уравнениях (3) и (5) знаки коэффициентов при показателях I_P и W_L противоречат ожидаемому характеру зависимости (увеличению сжимаемости при возрастании пластичности). Уравнение (6), в которое входят два аргумента — предел раскатывания и коэффициент пористости, — дает больший остаточный разброс нормативных значений, нежели уравнение (4) от одного коэффициента пористости. Происходит это потому, что показатели пластичности, и особенно предел текучести, очень тесно скоррелированы с коэффициентом пористости (см. рис. 3), который в свою очередь наиболее тесно скоррелирован с прогнозируемым показателем a .

В силу этого для практического использования следует рекомендовать уравнение (4). Этому уравнению соответствует табл. 4.

В чисто иллюстративных целях приводится также табл. 5, соответствующая уравнению (6).

В табл. 6 приведена также процедура обобщенной проверки качества прогноза нормативных характеристик по уравнениям (4) и (6) на основе экзаменационных данных (см. п. 10 разд. 6). Здесь указаны истинные a_H и прогнозные a_H значения коэффициента сжимаемости, а также величины

Таблица 4

пористости ϵ						
1,75	1,875	2	2,125	2,25	2,375	2,5
0,216	0,227	0,238	0,249	0,260	0,271	0,282
0,02652	0,02652	0,02653	0,02653	0,02653	0,02653	0,02654
0,242	0,253	0,264	0,275	0,286	0,297	0,308
0,258	0,269	0,28	0,291	0,302	0,313	0,324

характеристики следует определять путем линейной интерполяции. еляются по формуле $a^p(1-\alpha) = a^H + t_\alpha \Delta$,
прил. 1 (нижняя строка).

Таблица 5

Граница раскаты- вания	Прогно- зируемый показатель	Коэффициент сжимаемости α при коэффициенте пористости ϵ						
		1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$W_P \leq 0,22$	a^H	0,152	0,165	0,178	0,191	0,204	0,217	—
	$a^p(85\%)$	0,181	0,195	0,208	0,221	0,235	0,249	—
	$a^p(95\%)$	0,194	0,212	0,225	0,239	0,258	0,267	—
$0,22 < W_P \leq 0,26$	a^H	0,165	0,178	0,191	0,205	0,218	0,231	0,244
	$a^p(85\%)$	0,195	0,208	0,221	0,234	0,248	0,261	0,275
	$a^p(95\%)$	0,213	0,225	0,238	0,251	0,265	0,279	0,293
$0,26 < W_P \leq 0,3$	a^H	0,179	0,192	0,205	0,218	0,231	0,244	0,257
	$a^p(85\%)$	0,209	0,222	0,234	0,247	0,261	0,274	0,288
	$a^p(95\%)$	0,227	0,239	0,251	0,266	0,278	0,291	0,304
$0,3 < W_P \leq 0,34$	a^H	0,192	0,206	0,218	0,231	0,244	0,257	0,27
	$a^p(85\%)$	—	0,233	0,248	0,261	0,274	0,287	0,301
	$a^p(95\%)$	—	0,254	0,266	0,278	0,291	0,304	0,317
$0,34 < W_P \leq 0,38$	a^H	—	0,219	0,232	0,245	0,258	0,271	0,284
	$a^p(85\%)$	—	—	0,263	0,276	0,288	0,301	0,314
	$a^p(95\%)$	—	—	0,282	0,294	0,306	0,318	0,33

$$\Delta_j = |\bar{Y}_j - Y_j^{(b)}| = |\hat{Y}_j - Y_j^{(H)}| \quad (7)$$

(см. формулы (56) и (57) разд. 6). Для уравнения (4) величины Δ_j сосчитаны при $\alpha=15\%$ ($t_\alpha=1,04$), для уравнения (6) — при

m'_j	a_n	Уравнение (4)				Уравнение (6)			
		a_n	$ a_n - a_n $	Δ_j	γ_j	a_n	$ a_n - a_n $	Δ_j	γ_j
3	0,26	0,247	0,013	0,056	1	0,271	0,011	0,06	1
2	0,261	0,273	0,012	0,067	1	0,281	0,023	0,071	1
3	0,231	0,255	0,025	0,056	1	0,257	0,027	0,06	1
1	0,305	0,249	0,056	0,09	1	0,257	0,048	0,093	1
4	0,314	0,238	0,05	0,05	0	0,218	0,096	0,054	0
4	0,153	0,143	0,01	0,05	1	0,0152	0,009	0,054	1
2	0,315	0,245	0,07	0,067	0	0,244	0,086	0,071	0
4	0,218	0,189	0,028	0,05	1	0,205	0,013	0,054	1
7	0,31	0,231	0,079	0,042	0	0,231	0,079	0,047	0

$$\sum_{j=1}^{m'} \gamma_j = 6$$

$$\sum_{j=1}^{m'} \gamma_j = 6$$

$\alpha \approx 16,5\%$ ($t_\alpha = 1$). После этого для определения величин γ_j необходимо сравнить Δ_j с модулем разности $|a_n - a_n|$. Для уравнения (4) величина γ [из формулы (58) разд. 6] равна

$$\gamma = |6 - 6,3| / \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 0,15 \cdot 0,7} \approx 0,3; 1,37 \approx 0,22;$$

для уравнения (6) эта величина равна

$$\gamma = |6 - 6,23| / \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 0,165 \cdot 0,67} \approx 0,23; 1,41 \approx 0,16.$$

Оба этих значения не противоречат неравенству (59) [с учетом того, что $t=1,96$].

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ПРОГРАММЫ ПОСТРОЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МЕЖДУ ОБОБЩЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ ЭВМ «НАИРИ-2» *

Методы построения уравнений зависимости между обобщенными характеристиками грунтов, описанные в основных главах Руководства, реализованы в наборе программ в кодах ЭВМ «Наири-2». Небольшой объем оперативной памяти ЭВМ этого типа обуславливает необходимость последовательного подключения в работу отдельных программ, постепенно преобразующих исходную информацию.

а) Последовательность работы с программами.

К работе с программами следует приступать после проведения

* В силу технических трудностей в описаниях и текстах программ почти все латинские буквы, используемые при вводе и выводе информации на ЭВМ, заменены на соответствующие русские: g на «д», m на «т», n на «п» и т. д.

предварительной обработки материала обучения и экзамена, включающей в себя выделение инженерно-геологических элементов (разд. 2, прил. 2). В дальнейшем программы подключаются в обработку в следующем порядке.

1. Программа «Формирование структурного массива» (ФСМ) обеспечивает построение матрицы обобщенных значений показателей X (п. 4.8) на основе исходной матрицы индивидуальных значений и результатов расчленения. Вычисляются также внутриэлементная дисперсия фактора-функции $s_{\text{вн}}^2$ [формула (3) разд. 2], а также другие параметры структурного массива.

2. Программа «Построение уравнений» (ПУ) осуществляет построение линейного уравнения зависимости фактора-функции от всех рассматриваемых аргументов [формула (10) разд. 4], вычисление характеристик остаточного разброса s_1^2 (33) и $\sigma_{\text{он}}^2$ (41), а также последовательное построение уравнений с меньшим числом аргументов, обладающих минимальными характеристиками (33) и (41). Программа позволяет также осуществить эту операцию с любым наперед заданным набором аргументов (выявление оптимального в каком-либо смысле набора аргументов программой не предусмотрено).

Работа программы в режиме «Построение фиксированного уравнения» (ПФУ) обеспечивает построение одного уравнения зависимости (от всех рассматриваемых аргументов), а также вычисление всех величин, необходимых для экзамена этого уравнения и прогноза по нему.

3. Программа «Экзамен — прогноз» (ЭП) может работать в двух режимах. Работа в режиме «Экзамен» позволяет получить данные, необходимые для проверки критериев, изложенных в разд. 6. Работа в режиме «Прогноз» позволяет получить прогнозные величины нормативных и расчетных значений функции (43) при заданных наборах аргументов.

Для работы с программами необходим стандартный комплект «Напри-2», включающий в себя механизмы ввода-вывода «*Consul*», ФСМ-1501 и ПЛ-80.

б) Описание программы «ФСМ».

Исходными данными для этой программы являются.

1. Массив параллельных определений показателей, вводящийся как матрица A размера $m \times N$ по строкам с ячейки 300п. Каждая строка отвечает исследованию одной пробы, каждый столбец — одному из показателей; первые $(N-1)$ столбцов отводятся для факторов-аргументов, N -й столбец — для фактора-функции (в основном тексте Руководства обозначен через Y). Если в некоторых пробах некоторые показатели не определены, на соответствующие места массива вводится число 0. (Если какой-либо из показателей, например консистенция, может принимать значения 0, следует вместо этих значений вводить малые числа, отличные от нуля).

2. Массив номеров инженерно-геологических элементов, к которым относятся пробы (т. е. строки матрицы A). Этот массив составляется по результатам расчленения и вводится как вектор $\{J\}$ целых чисел длины m с ячейки 1750т. Если в этом массиве встречаются числа 0, то соответствующие строки в дальнейшей обработке не участвуют (т. е. соответствующие строки считаются отбракованными).

3. Параметры, вводящиеся как целые числа;

36т — k (число элементов),
 37т — m (общее число строк),
 38т — N (общее число столбцов).

Программа занимает ячейки оперативной памяти 50÷289. Ее пусковой адрес 50и. Рабочие ячейки 10÷15, 25÷35.

Программа выполняет следующие операции.

1. Перестановка строк матрицы A по порядку номеров, содержащихся в массиве $r[j]$. Отбракованные строки относятся в конец массива A . Подсчитывается действительное число m' строк (кроме отбракованных) и действительное число k' элементов, т. е. количество различных ненулевых номеров в массиве $r[j]$.

2. Вычисление средних значений показателей.

$$\bar{X}_{ij} = \frac{1}{m_{ij}} \sum_{l=1}^{m_{ij}} X_{ijl} \quad (i = 1 \div N, j = 1 \div k'),$$

где m_{ij} — число определений i -го показателя в пределах j -го элемента. Эти значения формируются в виде матрицы X размера $k' \times N$. Если в каком-либо элементе отсутствуют определения хотя бы одного показателя ($m_{ij}=0$), то весь элемент исключается из обработки.

3. Величины $m_j = m_{Nj}$ ($j=1, 2, \dots, k''$) — число определений фактора-функции по элементам — формируются в виде одномерного массива длины k'' , где k'' — число оставленных элементов. Этот массив помещается сразу после матрицы X .

4. Вычисляется внутриэлементная дисперсия фактора-функции.

$$s_{\text{вн}}^2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k''} m_j - k''} \sum_{j=1}^{k''} \sum_{l=1}^{m_j} (X_{Njl} - \bar{X}_{Nj})^2.$$

Результаты работы программы остаются в следующих ячейках оперативной памяти:

750 ÷ ... — структурный массив (матрица X по строкам),

750 + $k''N$ ÷ ... — массив $m[j]$;

12п — дисперсия $s_{\text{вн}}^2$;

31п — число $\mu = \sum m_j - k$ (число степеней свободы $s_{\text{вн}}^2$);

33т — число $\langle m_{\text{н}} \rangle = 750 + k''N - 1$ («нулевой» адрес массива $m[j]$);

35п — $k = k''$ в форме с плавающей запятой;

36т — $k = k''$ в целой форме;

37п — $m_0 = \sum m_j$ — общее число определений фактора-функции;

38т — N — общее число показателей.

Программа печатывает две строки результатов. Строка вида

$$k = \dots \quad t = \dots$$

содержит величины k' и m' (см. выше). Строка вида

$$k_2 = \dots \quad \text{двн} = \dots \quad \text{чс} = \dots$$

содержит величины k'' , $s_{\text{вн}}^2$ и μ .

Размеры обрабатываемых массивов должны удовлетворять условиям:

$$N \leq 10, m \leq 200, mN + k \leq 1450, k''(N + 1) \leq 970, k'' \leq 100.$$

Методы обработки массивов больших размеров описаны далее.

в) Текст программы ФСМ.

50 п38н33	87 с ₁ 162н99	124 в2248н
51 ут37н33	88 п35н	125 о2250н
52 с299к33	89 б ₁ 11к1	126 пт36н
53 с ₁ 36н	90 п1750н27+	127 п33н
54 в ₁ 1750к	91 п28н	128 б ₁ 11к
55 е ₁ 2п<	92 б ₁ 11к	129 с ₁ 287н145
56 к63к	93 l ₁ 35н1	130 п0к37
57 п27н+	94 п1750н1750+	131 п33н
58 п33н1	95 а11к1	132 с ₁ 12н
59 с1к1	96 п27н1750+	133 б ₁ 11к1
60 п1к29	97 п1к1	134 с0н37+
61 п0к+	98 б11к1	135 в1к12
62 с1к1	99 п671н27+	136 е ₁ 16378п>
63 с1к29	100 п1н	137 п37н33
64 в ₁ 36н	101 а ₁ 11к	138 ут38н33
65 е ₁ 16379п<	102 l ₁ 1н1	139 с299к33
66 п299к34	103 п671н671+	140 с ₁ 145н145
67 п0к12	104 а11к1	141 п1к29
68 п1к29	105 п27н671+	142 п29н
69 п0к35	106 с1к1	143 б ₁ 11к
70 п35п28	107 в ₁ 38н	144 l ₁ 29н1
71 п0к15	108 е ₁ 16373п<	145 п683н677+
72 п28н	109 п33н1	146 с1к29
73 б ₁ 11к1	110 с12н1	147 в ₁ 36н
74 п1750н+	111 с1к1	148 е ₁ 16377п<
75 в ₁ 29н	112 с1к+	149 о2270н
76 е ₁ 38п≠	113 с1к35	150 о2230н
77 п1к15	114 с38н34	151 о2250н
78 п38н27	115 с1к28	152 пт37н
79 ут28н27	116 в ₁ 37н	153 п0к12
80 с299к27	117 е ₁ 16338п<	154 п0к31
81 с ₁ 57н105	118 с1п12≠15	155 п0к32
82 б11к27	119 с1к29	156 п300к34
83 с ₁ 34н	120 в ₁ 36н	157 п299к35
84 с ₁ 287н103	121 е ₁ 16332п<	158 п1к29
85 п34н	122 п12н36	159 п29н
86 б ₁ 11к	123 о2274н	160 с ₁ 33н

161	$\delta_1 11\kappa 1$	205	$\text{cl}\kappa 28$	249	$\text{c}32\text{н}254$
162	$\text{п}0\text{н}27+$	206	$\text{в}_1 27\text{н}$	250	$\text{п}1\kappa 29$
163	$\text{п}0\kappa 25$	207	$\text{е}_1 16372\text{п} \leq$	251	$\text{п}29\text{н}1$
164	$\text{п}0\kappa 11$	208	$\text{cl}\kappa 32$	252	$\delta_1 11\kappa$
165	$\text{п}0\kappa 14$	209	$\text{е}_1 16361\text{п}$	253	$l_1 \text{н}1$
166	$\text{п}1\kappa 28$	210	$\text{п}32\text{н}$	254	$\text{п}677\text{н}323+$
167	$\text{п}25\text{н}26$	211	$\text{с}_1 33\text{н}1$	255	$\text{cl}\kappa 29$
168	$\text{п}26\text{н}$	212	$\text{п}14\text{н}+$	256	$\text{в}_1 36\text{н}$
169	$\text{с}_1 34\text{н}$	213	$\text{ут}38\text{н}27$	257	$\text{е}_1 16377\text{п} \leq$
170	$\delta_1 11\kappa 1$	214	$\text{с}27\text{н}34$	258	$\text{п}30\text{н}$
171	$\text{п}0\text{н}15+$	215	$\text{cl}\kappa 29$	259	$\delta_1 11\kappa$
172	$\text{cc}11\text{н}11 \neq 15$	216	$\text{в}_1 36\text{н}$	260	$l_1 30\text{н}1$
173	$\text{yn}1\text{п}15$	217	$\text{е}_1 16325\text{п} \leq$	261	$\text{п}299\text{н}749+$
174	$\text{cl}\text{п}14 \neq 15$	218	$\text{п}32\text{н}36$	262	$\text{в}2049\kappa 1$
175	$\text{с}38\text{н}26$	219	$\text{o}2274\text{н}$	263	$\text{е}_1 16381\text{п} >$
176	$\text{cl}\kappa 28$	220	$\text{o}2248\text{н}$	264	$\text{п}38\text{н}33$
177	$\text{в}_1 27\text{н}$	221	$\text{o}2250\text{н}$	265	$\text{ут}36\text{н}33$
178	$\text{е}_1 16373\text{п} \leq$	222	$\text{пт}36\text{н}$	266	$\text{с}749\kappa 33$
179	$\text{е}_1 33\text{п} = 14$	223	$\text{н}36\text{н}35$	267	$\kappa 1\kappa$
180	$\text{н}14\text{н}26$	224	$\text{с}_1 34\kappa$	268	$\text{н}267\text{п}$
181	$\text{с}_1 34\kappa$	225	$l_1 35\text{н}35$	269	$\text{x}0\text{н}$
182	$l_1 26\text{н}26$	226	$\text{п}31\text{н}37$	270	$\text{x}0\text{н}$
183	$\text{oд}26\text{н}11$	227	$\text{ов}35\text{н}31$	271	$\gg$
184	$\text{cl}\kappa 25$	228	$\text{н}_3 236\text{п}$	272	$\gg$
185	$\text{в}_1 38\text{н}13$	229	$\text{oд}31\text{н}12$	273	$\gg$
186	$\text{е}_1 5\text{п} \geq$	230	$\text{o}2270\text{н}$	274	$\gg$
187	$\text{п}35\text{н}$	231	$\text{o}2215\text{н}$	275	$\gg$
188	$\text{с}_1 25\text{н}1$	232	$\text{o}2213\text{н}$	276	$\gg$
189	$\text{п}11\text{н}+$	233	$\text{o}2219\text{н}$	277	$\gg$
190	$\text{е}_1 97\text{п} \geq 13$	234	$\text{o}2250\text{н}$	278	$\gg$
191	$\text{е}_1 16356\text{п} < 13$	235	$\text{пп}12\text{н}8$	279	$\gg$
192	$\text{сп}26\text{н}31$	236	$\text{o}2270\text{н}$	280	$\gg$
193	$\text{п}1\kappa 28$	237	$\text{o}2224\text{н}$	281	$\gg$
194	$\text{п}38\text{н}$	238	$\text{o}2212\text{н}$	282	$\gg$
195	$\text{в}_1 1\kappa 26$	239	$\text{o}2250\text{н}$	283	$\gg$
196	$\text{п}26\text{н}$	240	$\text{пп}31\text{н}1$	284	$\gg$
197	$\text{с}_1 34\text{н}$	241	$\text{н}_3 269\text{п}$	285	$\gg$
198	$\delta_1 11\kappa 1$	242	$\text{п}33\text{н}$	286	$\gg$
199	$\text{п}0\text{н}15+$	243	$\delta_1 11\kappa$	287	$\text{п}0\text{н}+$
200	$\text{yn}1\text{п}15$	244	$\text{с}_1 287\text{н}254$	288	$\text{с}38\text{н}35$
201	$\text{вcl}1\text{н}10 \neq 15$	245	$\text{ут}38\text{н}32$	289	$\text{е}_1 16304\text{п}$
202	$\text{yn}10\text{н}10 \neq 15$	246	$\text{п}32\text{н}$		
203	$\text{сп}10\text{н}12 \neq 15$	247	$\text{с}_1 36\text{н}30$		
204	$\text{с}38\text{н}26$	248	$\text{с}299\kappa 32$		

г) Описание программы ПУ.

Исходными данными для этой программы являются массивы X и $m[j]$, а также параметры $s_{\text{вн}}^2$, μ , $\langle m_{\text{в}} \rangle$, k , m_0 и N в тех же ячейках, в которых они находятся после работы программы ФСМ (см. п. «б»).

Программа занимает ячейки оперативной памяти $100 \div 448$ и $1720 \div 1745$. Ее пусковой адрес в общем режиме 100и. Рабочие ячейки 10, 11, $13 \div 15$, $22 \div 30$, 32, 34, $730 \div 749$, $1850 \div 1949$.

Программа выполняет следующие операции.

1. Вычисление общих средневзвешенных значений показателей

$$X_i = \frac{1}{\sum m_j} \sum_{j=1}^k m_j \bar{X}_{ij}$$
 и коэффициентов системы нормальных уравнений $K, \vec{k}$ (формулы (28), (29)).

2. Построение линейного уравнения зависимости фактора-функции от всех аргументов с вычислением характеристик s_1^2 и $\hat{\sigma}_{\text{он}}^2$ (с помощью обращения к СПП решения системы уравнений).

3. Последовательное выбрасывание каждого из имеющихся аргументов и построение уравнений зависимости от оставшихся аргументов.

4. Сравнение характеристик s_1^2 для новых уравнений, оставление уравнения с минимальной характеристикой s_1^2 . Работа с этим уравнением повторяется начиная с п.2. Работа программы продолжается до построения уравнений парной зависимости.

После однократного выполнения операций п. 1 (команды $100 \div 176$) пользователь имеет возможность осуществить операции пп. 2—4 над уравнением с наперед заданным набором аргументов (из числа имеющихся). Для этого необходимо ввести следующую дополнительную информацию:

27т — n' — число аргументов, включаемых в уравнение;

29т — целое число, двоичная запись которого содержит единицы в разрядах с теми номерами, которые совпадают с порядковыми номерами включаемых в уравнение аргументов, и нули в остальных разрядах.

После этого пусковой адрес программы 183и.

При нажатой клавише «Ключ» программа работает в режиме ПФУ (пусковой адрес 100и). При этом однократно выполняются операции пп. 1—4, обеспечивающие построение уравнения зависимости от всех аргументов, входящих в матрицу X , а также определение всех параметров, необходимых для экзамена этого уравнения и построения доверительных границ.

Результаты работы программы ПФУ остаются в следующих ячейках оперативной памяти:

11п — $\hat{\sigma}_{\text{он}}^2$;

13п — s_1^2 ;

28т — $n = N - 1$ (число аргументов уравнения);

$740 \div \dots$ — $\bar{X}_i$ (средневзвешенные значения показателей, $i = 1, 2, \dots, N$);

1799 — $L = \|K\|$;

1800 ÷ . . . — массив $\|K^{(ij)}\|$ (алгебраические дополнения элементов матрицы K ; $i, j = 1, 2, \dots, n$);

1850 ÷ . . . — коэффициенты уравнения a_i ($i = 1, 2, \dots, n$);

1860 — a_0 — свободный член уравнения.

Исходная информация программой не портится.

Программа печатает последовательно строящиеся уравнения в виде:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + a_0.$$

Уравнение, обладающее при каждом прохождении п. 4 минимальной характеристикой s_1^2 , печатается повторно. Каждому уравнению сопутствуют две строки вида $дн = \dots$ $од = \dots$

Они содержат соответственно параметры s_1^2 и $\hat{\sigma}_{он}^2$.

При отжатой клавише «Вариант» печатаются, кроме того, решения системы уравнений $K\vec{a} = \vec{k}$, а в режиме ПФУ — определитель матрицы K .

При работе в режиме ПФУ накладывается дополнительное условие $n \leq 5$ (т. е. $N \leq 6$).

д) Текст программы ПУ—ПФУ.

100 п10к1	125 од37н739+	150 п25н
101 п0к739+	126 в1к1	151 б11к1
102 в1к1	127 е116381п>	152 вп739н28+
103 е116381п>	128 х0н	153 уп28н27
104 п1к29	129 п90к1	154 п24н1
105 п2048к28	130 п0к1749+	155 п749н28+
106 п1к25	131 в1к1	156 п23н
107 п29н1	132 е116381п>	157 б11к1
108 с33н1	133 п1к25	158 вп739н28+
109 б11к1	134 п1к23	159 уп28н27
110 н0н27+	135 п25н	160 н349п
111 е134к	136 б11к26	161 в1к1
112 л127н27	137 п23н	162 ут38н1
113 п28н1	138 б11к24	163 с23н1
114 уп749н27+	139 п38н	164 сп27н1749+
115 п25н1	140 б11к22	165 с22н26
116 сп27н739+	141 п1к29	166 с22н24
117 с2048к28	142 п29н1	167 с1к29
118 с1к25	143 с33н1	168 в136н
119 в138н	144 б11к1	169 е116353п≤
120 е116370п≤	145 н0н27+	170 с1к23
121 с1к29	146 с134к	171 в138н
122 в136н	147 л127н27	172 е116346п≤
123 е116366п≤	148 п26н1	173 с1к25
124 п10к1	149 п749н28+	174 в138н

175 $e_1 16342\pi <$	219 $\pi 29\text{H}$	263 $y 6749\text{H} 1850+$
176 $x 0\text{H}$	220 $a_1 61\text{H}$	264 $cc 23\text{H} 23$
177 $\pi 38\text{H}$	221 $e_3 1\text{K} 4$	265 $c 1\text{K} 22$
178 $v_1 1\text{K} 28$	222 $c 1\text{K} 61$	266 $e_1 16370\pi$
179 $\pi 28\text{H} 27$	223 $v_1 28\text{H}$	267 $cn 1860\text{H} 23$
180 $\pi 1\text{K}$	224 $e_1 16\pi >$	268 $n_1 323\pi 61$
181 $6_1 28\text{H}$	225 $e_1 16377\pi$	269 $611\text{K} 1$
182 $v_1 1\text{K} 29$	226 $\pi 60\text{H}$	270 $vn 749\text{H} 23+$
183 $\pi 0\text{K} 14$	227 $6_1 11\text{K} 1$	271 $yn 23\text{H} 23$
184 $\pi 1850\text{K} 34$	228 $\pi 1849\text{H} 34+$	272 $cc 13\text{H} 13$
185 $\pi 0\text{K} 24$	229 $\pi 61\text{H}$	273 $c 1\text{K} 26$
186 $\pi 29\text{H}$	230 $6_1 11\text{K} 1$	274 $v_1 36\text{H}$
187 $a_1 24\text{H}$	231 $x 0\text{H}$	275 $e_1 16355\pi <$
188 $e_3 1\text{K} 1$	232 $o 2263\text{H}$	276 $n 380\pi$
189 $e_1 16\pi$	233 $\pi \pi 34\text{H} 5$	277 $o 2274\text{H}$
190 $\pi 0\text{K} 25$	234 $o 2264\text{H}$	278 $o 2215\text{H}$
191 $\pi 29\text{H}$	235 $o 2220\text{H}$	279 $o 2219\text{H}$
192 $a_1 25\text{H}$	236 $o 2202\text{H}+$	280 $o 2250\text{H}$
193 $e_3 1\text{K} 1$	237 $o 2258\text{H}$	281 $\pi \pi 13\text{H} 8$
194 $e_1 7\pi$	238 $y 6740\text{H} 34+$	282 $\pi 12\text{H} 11$
195 $e_1 122\pi$	239 $cc 1860\text{H} 1860$	283 $yn 35\text{H} 11$
196 $yt 24\text{H} 1$	240 $e_1 96\pi$	284 $od 37\text{H} 11$
197 $c 25\text{H} 1$	241 $e_1 113\pi$	285 $vn 13\text{H} 11$
198 $6_1 11\text{K} 1$	242 $x 0\text{H}$	286 $x 0\text{H}$
199 $l_1 34\text{H} 1$	243 $o 2263\text{H}$	287 $o 2274\text{H}$
200 $\pi 1750\text{H}+$	244 $\pi \pi 1860\text{H} 5$	288 $o 2226\text{H}$
201 $c 1\text{K} 34$	245 $\pi 0\text{K} 13$	289 $o 2215\text{H}$
202 $c 1\text{K} 25$	246 $\pi 0\text{K} 26$	290 $o 2250\text{H}$
203 $v_1 28\text{H} 10$	247 $\pi 0\text{K} 23$	291 $\pi \pi 11\text{H} 8$
204 $e_1 16370\pi <$	248 $\pi 0\text{K} 22$	292 $n 340\pi$
205 $e_1 16373\pi = 10$	249 $\pi 1\text{K} 24$	293 $e_1 38\pi \neq 14$
206 $c 1\text{K} 24$	250 $\pi 1\text{K} 25$	294 $v 1\text{K} 27$
207 $v_1 28\text{H}$	251 $\pi 29\text{H}$	295 $v_1 1\text{K}$
208 $e_1 16351\pi <$	252 $e_3 25\text{H} 5$	296 $e_1 39\pi <$
209 $e_1 133\pi$	253 $61\text{K} 25$	297 $\pi 1\text{K} 30$
210 $\pi 1850\text{K} 32$	254 $c 1\text{K} 24$	298 $\pi 29\text{H}$
211 $\pi 0\text{H} 15$	255 $v_1 28\text{H}$	299 $e_3 30\text{H} 28$
212 $n_1 6490\text{K} 34$	256 $e_1 10\pi >$	300 $61\text{K} 30$
213 $e_1 145\pi$	257 $e_1 16377\pi$	301 $a_1 28\text{H}$
214 $o 2214\text{H}$	258 $n_1 323\pi 61$	302 $e_1 16379\pi \rightarrow$
215 $o 2250\text{H}$	259 $x 0\text{H}$	303 $\pi 0\text{K} 22$
216 $\pi 0\text{K} 1860$	260 $x 0\text{H}$	304 $\pi 730\text{H} 23$
217 $\pi 1\text{K} 60$	261 $611\text{K} 1$	305 $\pi 27\text{H} 24$
218 $\pi 0\text{K} 61$	262 $l_1 22\text{H} 1$	306 $\pi 24\text{H}$

307 б ₁ 11к1	351 ут38н60	395 п0к1954
308 в6730н23+	352 с23н60	396 п38н1955
309 е ₁ 2п>	353 п60н1	397 и ₁ 1720п31
310 п730н23+	354 и164п	398 п25к1
311 п24н22	355 п38н	399 од37н1824+
312 в1к24	356 б ₁ 11к1	400 п1н
313 е ₁ 16376п>	357 вп739н1860+	401 б ₁ 11к60
314 п0к60	358 и242п	402 л ₁ 1н1
315 п1к30	359 п60н14	403 п1824н1749+
316 е ₁ 52п	360 х0н	404 е ₁ 40п
317 е ₁ 16249п	361 о2274н	405 е ₁ 16377п>
318 п38н60	362 и214п	406 п1825к1985
319 ут24н60	363 п0к231	407 п28н1986
320 с25н60	364 п0к242	408 и ₁ 6147п31
321 п60н1	365 п0к386	409 п1971н1799
322 и198п	366 п0к286	410 в1к1953
323 п38н60	367 п0к360	411 п1к24
324 ут26н60	368 и100п	412 п1к25
325 с24н60	369 п29н	413 с1к1949
326 п60н1	370 е ₃ 30н2	414 п24н1954
327 и61п	371 б1к30	415 п25н1955
328 п29н50	372 е ₁ 16380п	416 и ₁ 1720п31
329 в ₁ 30н29	373 п22н	417 п28н
330 с1к14	374 в ₁ 60н	418 в ₁ 1к1986
331 е ₁ 16236п	375 е ₁ 2п=	419 е ₂ 1к3
332 п14н1	376 с1к60	420 п1825к1985
333 п13н729+	377 е ₁ 16377п	421 и ₁ 6147п31
334 п50н29	378 в30н29	422 п1971н1825
335 е ₁ 16348п	379 и183п	423 п1949н1
336 к8к	380 н27н60	424 п24н
337 с1к60	381 с ₁ 34к	425 с ₁ 25н
338 е ₁ 16267п	382 л ₁ 60н60	426 е ₃ 1к2
339 п60н	383 сп1к60	427 п1825н1799+
340 и ₃ 388п	384 вп35н60	428 е ₁ 1п
341 и293п>11	385 од60н13	429 оп1825н1799+
342 к56к	386 х0н	430 х0н
343 п14н60	387 и277п	431 с1к25
344 п27н1971	388 о2274н	432 в ₁ 28н
345 е ₂ 1к1	389 п0к1949	433 е ₁ 16363п
346 и210п	390 п1750к1950	434 с1к24
347 дп1851н1850	391 п1825к1951	435 в ₁ 28н
348 е ₁ 10п	392 п28н1952	436 е ₁ 16359п
349 п25н60	393 е ₃ 1к44	437 е ₁ 2п
350 в1к60	394 п38н1953	438 п1750н1799

439 од37н1799	1721 п1к1957	1733 с11950н
440 п37н53	1722 п1957н1960	1734 611к
441 п35н54	1723 в11954н	1735 111951н
442 п36н55	1724 е117п=	1736 с11956н1
443 п28н56	1725 в1к1960	1737 п0н+
444 к1к	1726 ут1953н1960	1738 с1к1956
445 а11к1	1727 п1к1958	1739 с1к1958
446 в1к1	1728 п1958н1959	1740 в11953н
447 и399п>	1729 в11955н	1741 е116370п<
448 и406п	1730 е18п=	1742 с1к1957
.....	1731 в1к1959	1743 в11952н
1720 п0к1956	1732 с11960н	1744 е116361п<
		1745 и31п

е) Описание программы ЭП.

Программа занимает ячейки оперативной памяти с 100 по 263. Рабочие ячейки 10, 14, 15, 27÷29, 60÷68. Работа программы регулируется параметром z , который заносится как целое число в ячейку 15. При $z=0$ программа работает в режиме «Прогноз», при $z \neq 0$ — в режиме «Экзамен». При $z=0$ должна быть нажата клавиша «Ключ».

При $z \neq 0$ исходными данными являются.

1. Результаты работы программы ПФУ (см. выше п. «г») в тех же ячейках оперативной памяти.

2. Экзаменационный массив обобщенных значений показателей X' , $m'[j]$ и его параметры, полученные в результате обработки экзаменационной выборки по программе ФСМ (см. п. «б», ячейки памяти те же).

3. Некоторые параметры обучения, заносящиеся в новые ячейки памяти:

$$52п — s_{вн}^2,$$

$$51п — \mu — \text{число степеней свободы дисперсии } s_{вн}^2;$$

53п — m — число определений фактора-функции в форме с плавающей запятой;

$$56п — n — \text{число аргументов уравнения.}$$

4. В ячейке 50п — предел нормального распределения t_{α} , использующийся при расчете экзаменуемой доверительной границы (43). Программа вычисляет и вы печатывает следующие величины.

1. Величины, необходимые для проверки критерия п. 6.6:

$\Gamma_1 = \dots \Gamma_2 = \dots \text{чсс} = \dots \text{чсс} = \dots$ (соответственно $s_{вн}^2/s_{вн}^{'2}$, $s_{вн}^{'2}/s_{вн}^2$, $\mu = m - k$ и $v = m' - k'$). Пусковой адрес 100н. После этих расчетов происходит останов «к1».

2. При отжатой клавише «Ключ» — величины, необходимые для проверки критериев п. 6.7, в виде:

$$п = \dots x^2 = \dots$$

$$\left(п = \sum_{j=1}^{k'} \xi_j / \sqrt{k'}; x^2 = \sum_{j=1}^{k'} \xi_j^2, \quad \text{см. формулы (51), (52)}. \right)$$

Пусковой адрес 120н. После этого происходит останов «к2».

3. При нажатой клавише «Ключ» — величина $n = \sum_{j=1}^{k'} y_j$ необходимая для проверки критерия п. 6.10. Пусковой адрес 120и. После этого происходит останов «к3».

При $z=0$ (и нажатой клавише «Ключ») исходными данными являются.

1. Результаты работы программы ПФУ (см. п. «г») в тех же ячейках памяти.

2. В ячейке 50п — предел нормального распределения t_α для построения доверительной границы (43).

3. Массив наборов аргументов, для которых необходимо вычислить прогнозные значения функции. Вводится в виде матрицы размера $k'' \times n$ по строкам с ячейки 750п; k'' — число задаваемых наборов; n — число аргументов уравнения.

4. Параметры массива:

36т — k'' ;

38т — $N = n + 1$;

56т — n .

Программа вычисляет прогнозные значения $\hat{Y}$ [по формуле (10)] и два гарантированных значения Y^* [по формуле (43)] соответственно со знаками «—» и «+» и печатывает их строками вида

$$y = \dots y_1 = \dots y_2 = \dots$$

(число и порядок строк соответствуют числу k'' и порядку заданных наборов аргументов). Пусковой адрес 120и. После расчетов происходит останов «к4».

Размеры массива наборов аргументов должны удовлетворять условию $k''n \leq 1100$.

ж) Текст программы ЭП.

100 п12н60	116 пп51н1	132 сс60н60
101 дп52н60	117 о2270п	133 с1к28
102 п0к1	118 пп31п1	134 в156н
103 о2274п	119 к1к	135 с116375п≤
104 о2223н	120 п0к68	136 п750п+
105 о2202н+	121 п0к66	137 вс60н62
106 о2250н	122 п0к67	138 п33н1
107 пп60н4	123 п0к29	139 с1112п
108 о2270н	124 п0к61	140 611к1
109 с13п≠1	125 п1860н60	141 н0н65+
110 п2048к1	126 п1к28	142 с134к
111 дп1п60	127 п28н	143 1165н65
112 с116375п	128 с111к1	144 дп52н65
113 о2224н	129 п1849н62+	145 н3171п
114 о2212н	130 с61н1	146 сп11н65
115 о2250н	131 уп749н62+	147 кп65н6

148 од65н62	185 вп749н62+	228 п61н1
149 сп62н66	186 е ₁ 68п	229 н ₃ 264п
150 уп62н62	187 п740н63+	230 п64н
151 сп62н67	188 с61н1	231 вс751н+
152 е ₁ 92п	189 вп750н63+	232 е ₁ 16303п<
153 611к14	190 уп63н62	233 п63н
154 с14н61	191 е ₁ 56п	234 вс751н+
155 с1к29	192 с28н14	235 е ₁ 16300п>
156 в ₁ 36н	193 6 ₁ 11к1	236 с1к68
157 е ₁ 16351п<	194 уп1799н62+	237 е ₁ 16298п
158 н ₃ 238п	195 сп62н64	238 е ₁ 1п≠15
159 кп35н62	196 в1к27	239 к4к
160 од62н66	197 е ₁ 16367п>	240 о2274н
161 о2274н	198 в1к28	241 о2219н
162 о2249н	199 е ₁ 16363п>	242 о2250н
163 о2250н	200 е ₁ 6п	243 пт68н
164 пп66н4	201 п740н64	244 к3к
165 о2270н	202 п61н1	245 п38н14
166 о2220н	203 вп750н64+	246 п56н14=15
167 о2188н	204 од1799н64	247 е ₁ 16289п
168 о2250н	205 х0н	248 п27н14
169 пп67н4	206 х0н	249 х0н
170 к2к	207 од1799н64	250 ут56н14
171 е ₁ 4п≠15	208 сп1к64	251 е ₁ 16324п
172 о2274н	209 х0н	252 с29н1
173 о2214н	210 од53н64	253 с1к1
174 о2250п	211 сс1к64	254 е ₁ 16269п
175 пп60н4	212 е ₁ 45п	255 п27н
176 п0к64	213 кп64н64	256 6 ₁ 11к1
177 п56н28	214 уп50н64	257 е ₁ 16313п
178 е ₂ 1к26	215 п60н	258 п11н67
179 п56н	216 вс64н63	259 е ₁ 2п=15
180 в ₁ 1к27	217 сп60н64	260 п65н
181 п28н	218 е ₁ 9п≠15	261 сс11н67
182 6 ₁ 11к1	219 п0к1	262 уп67н64
183 п739н62+	220 о2270н	263 е ₁ 16333п
184 с61н1	221 о2214н	264 п38н
	222 о2202н+	265 6 ₁ 11к
	223 о2250н	266 с ₁ 1н1
	224 пп63н4+	267 н ₃ 230п
	225 е ₁ 16310п≠1	
	226 п2048к1	
	227 е ₁ 16376п	

з) О вспомогательных программах.

Опыт показывает, что для успешного решения задачи необходимо использовать ряд вспомогательных программ преобразования массивов, составить которые весьма несложно. В частности, полезными бывают следующие программы.

1 Программа вычисления рассчитываемых физических показателей (γ_s , e , G и т. п.) по непосредственно определяемым (по стандартным формулам). Если вычисления производить по строкам исходной матрицы, а вычисляемые показатели ставить на место каких-либо старых (ненужных), то большого массива рабочих ячеек не требуется. Использование этой программы позволяет сократить набивку исходной информации (набиваются только непосредственно определяемые показатели).

2. Программа удаления столбца (или нескольких столбцов) из матрицы. Использование этой программы позволяет исходить из единого массива многомерных наблюдений, оставляя для конкретных расчетов по программам ФСМ, ПУ и др. произвольные аргументы и функции в соответствии с изложенными инструкциями.

3. Программы преобразования факторов (столбцов исходной матрицы) — логарифмирование, потенцирование и т. п.

и) Методы обработки больших массивов.

При построении уравнений между обобщенными значениями показателей исходная информация существенно уменьшается в объеме при переходе от программы ФСМ к программе ПУ. Если размеры исходной матрицы не удовлетворяют условиям п. б, ее можно разбить на несколько «сегментов информации», каждый из которых объединяет несколько инженерно-геологических элементов. После пропуска всех сегментов через программу ФСМ необходимо провести работу по сборке структурного массива и его параметров с учетом результатов по всем сегментам. В частности, дисперсию $s_{\text{вн}}^2$ следует рассчитать по формуле

$$s_{\text{вн}}^2 = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^J \mu_j s_{\text{вн}j}^2,$$

где $s_{\text{вн}j}^2$ — внутриэлементная дисперсия в пределах j -го сегмента,

$\mu_j = m_j - k_j$ и $\mu = \sum_{j=1}^J (m_j - k_j)$ — соответственно число степеней свободы для дисперсий $s_{\text{вн}j}^2$ и $s_{\text{вн}}^2$, J — число сегментов.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С. А. Статистическое исследование зависимостей. М., Металлургия, 1968.
2. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М., Статистика, 1973.
3. Комаров И. С., Хайме Н. М., Бабенышев А. П. Многомерный статистический анализ в инженерной геологии. М., Недра, 1976.
4. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., Наука, 1969.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
1. Общие положения	5
2. Предварительная геолого-статистическая обработка экспериментальных данных	7
3. Предварительное исследование информативности косвенных признаков (показателей физических свойств пород)	8
4. Выбор и построение прогнозирующих уравнений	11
5. Построение толерантного предела для прогноза расчетных характеристик грунтов	17
6. Исследование устойчивости найденных зависимостей и определение области их применимости	18
7. Построение таблиц	22
8. Рекомендации по оформлению результатов исследований и использованию алгоритмов и программ	24
<i>Приложение 1.</i> Таблицы статистических распределений	26
<i>Приложение 2.</i> Рекомендуемая методика расчленения неоднородных выработок	27
<i>Приложение 3.</i> Пример составления региональной таблицы	34
<i>Приложение 4.</i> Программы построения уравнений между обобщенными значениями показателей для ЭВМ «Наири-2»	42
Рекомендуемая литература	54

ПНИИИС Госстроя СССР

**РУКОВОДСТВО
ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТАБЛИЦ
НОРМАТИВНЫХ
И РАСЧЕТНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
СВОЙСТВ ГРУНТОВ**

Редакция инструктивно-нормативной литературы
Зав. редакцией Г. А. Жигачева
Редактор С. В. Беликина
Мл. редактор Л. Н. Козлова
Технический редактор Т. В. Кузнецова
Корректор З. Г. Ляпорова

Сдано в набор 25.09.80. Подписано в печать 27.05.81.
Формат 84×108¹/₃₂. Бумага тип. № 2. Гарнитура «Литературная».
Печать высокая. Усл. печ. л. 2,94. Уч.-изд. л. 3,51. Тираж 10 000.
Изд. № XII—8825. Зак. № 136. Цена 20 к.

Стройиздат, 101442, Москва, Каляевская, 23а

Московская типография № 32 Союзполиграфпрома при
Государственном комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.
Москва, 103051, Цветной бульвар, 26.